Initiation à la Mécanique des Fluides

Mr. Zoubir HAMIDI

Chapitre I : Introduction à la mécanique des fluides

1 Introduction

La mécanique des fluides(MDF) a pour objet l'étude du comportement des fluides **au repos et en mouvement**.

- La matière peut exister à l'état solide, liquide, gazeux ou dans un état constitué de la combinaison des trois.
- Toute substance se trouvant à l'état liquide ou gazeux est dite fluide.
- Les fluides peuvent s'écouler.
- Soumis à des forces tangentielles (contraintes de cisaillement) , les fluides se déforment continuellement.

2 Quelques grandeurs caractérisant l'état d'un fluide.

2-1 Température .

Echelle de température relative

- **Echelle Celsius (°C):** Dans le système SI. Elle est divisée en 100 graduations

Echelle de température absolue

- **Echelle Kelvin (K):** Dans le système SI

$$T(K)=T(°C)+273.15$$

2-2 Masse Volumique

C'est la masse par unité de volume:

$$\rho = \frac{dm}{dV} = \frac{M}{V}$$

Unité S I: Kg/m^3

Un fluide est dit **compressible** si sa masse volumique **ρ varie avec la pression et ou la température. En général, les gaz sont des fluides compressibles (ρ varie) et qui occupent tout le volume qui leur est offert.**

Un fluide est dit **incompressible** si sa masse volumique **ρ est constante (ρ ne varie pas avec la pression ou la température…).**

Tous les liquides sont des fluides incompressibles: $\rho_{(liquide)}$=cte

Remarque : Les gaz peuvent être considérés incompressibles dans certaines conditions de pression et température.

2-3Notions de Pressions absolue et relative

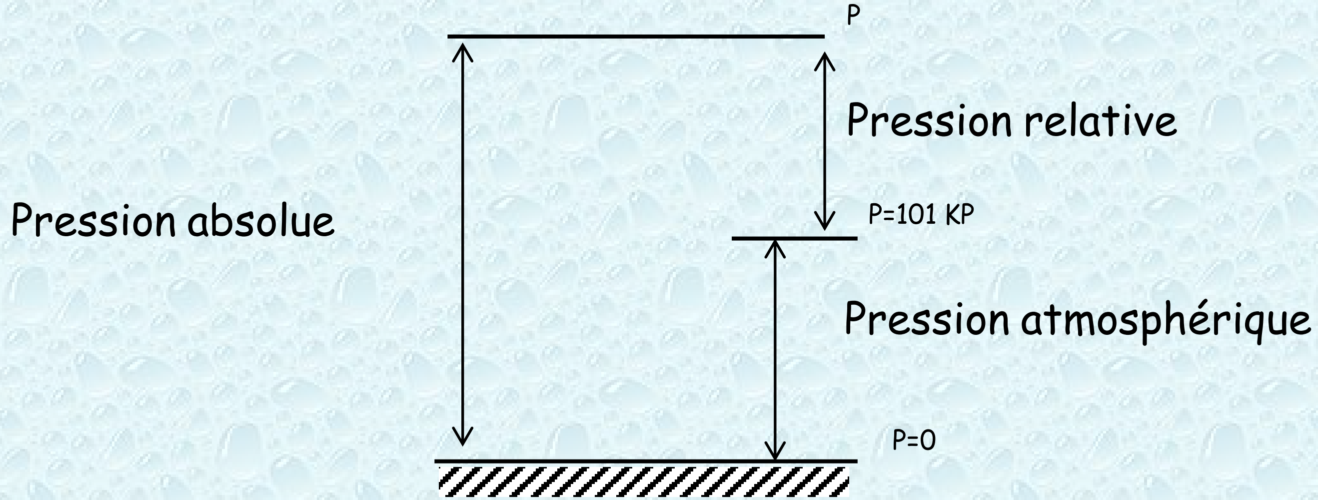
•**La pression** est définie comme étant la composante normale de la force par unité de surface, qu'exerce un fluide sur les frontières du système.
Elle est définie par :

$P=F/S$ dont l'unité est : N/m^2 =Pa(Pascals)

Autres unités :

1atm=1.013 bars=1.013 10^5 Pa=101.3 KPa=0.1 MPa

1 Kgf/cm^2 =98.07 KPa



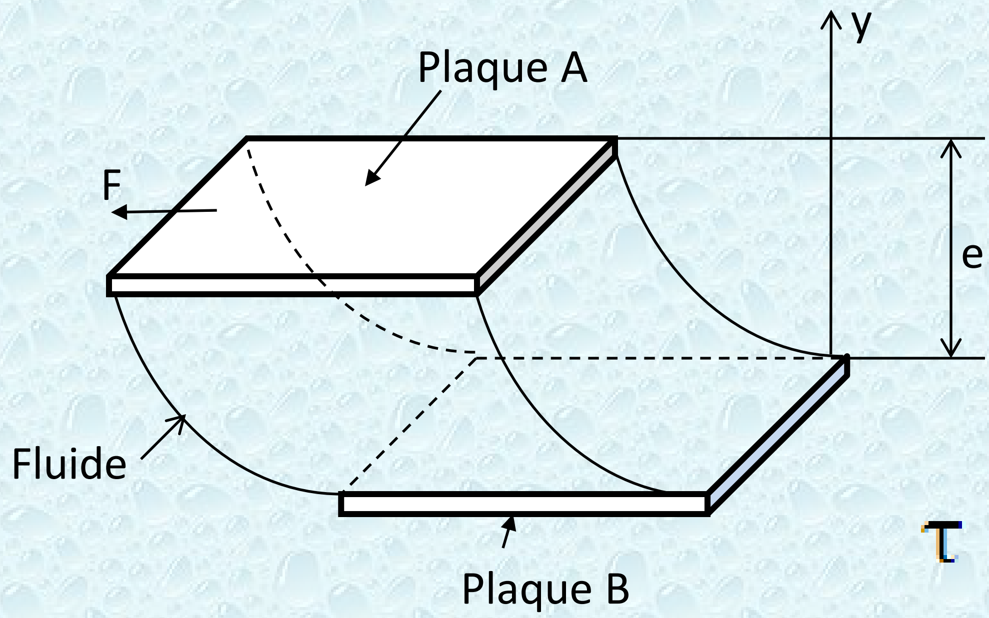
La pression relative est appelée pression manométrique. Elle est mesurée par rapport à la pression atmosphérique

La pression atmosphérique est dite pression barométrique

Pression absolue=Pression relative +Pression atmosphérique

2-3 Notion de viscosité

Soit un fluide d'épaisseur e, compris entre deux plaques parallèles de surfaces S. la plaque B est maintenue fixe. Sur la plaque A est appliquée une force Tangentielle F lui procurant une vitesse U



L'expérience de Newton a montré que:

- La Force F est proportionnelle à la vitesse U
- La force F est proportionnelle à la Surface S
- La force F est inversement proportionnelle à l'épaisseur e

$$F = \mu \frac{U}{e} S \Rightarrow \frac{F}{S} = \mu \frac{U}{e} \qquad \text{En général: } \frac{F}{S} = \tau = \mu \frac{dU}{dy}$$

Avec du/dy, le gradient de vitesse suivant la direction y

μ est une propriété du fluide appelée viscosité dynamique

La loi de Newton : $\tau = \mu \frac{dV}{dy}$

Avec $\tau = \frac{F_{tang.}}{S}$ et $\frac{dU}{dy}$: gradient de vitesse

μ viscosité dynamique caractérise le frottement entre les couches du fluide. Son unité : N s /m² = Pa.s ou Pouiseuille [P_l]

- On définit également **la viscosité cinématique ν:**

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ • [m^2/s] ou Stokes [St]

Exemple de fluides visqueux : les huiles

b) Un fluide est dit **parfait** si **sa viscosité est négligeable (pas de frottements lors de l'écoulement).**

Exemple : L'eau, l'air

La viscosité varie avec la température: $\mu = f(T)$

Pour les liquides: $\mu \searrow$ lorsque $T \nearrow$

Pour les gaz: $\mu \nearrow$ lorsque $T \nearrow$

Viscosité de quelques substances:

Température / Substance	0°C	20 °C	50°C
Air	$17\ 10^{-6}$	$18\ 10^{-6}$	$2\ 10^{-5}$
Eau	0.001820	0.001	0.00056
Essence	0.00081	0.00064	0.00047
Fioul	0.031	0.012	0.003
Huile	2.74	0.6	0.110

CHAPITRE II: AEROHYDROSTATIQUE

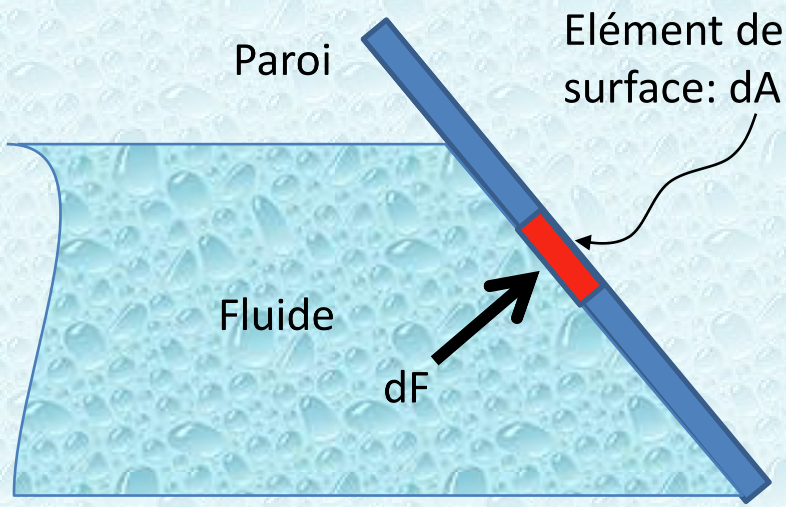
1-Hydrostatique

C'est l'étude de la loi de variation de la pression des fluides incompressibles au repos et de l'effet de la pression sur des corps immergés.

Fluide incompressible $\Longrightarrow$ ρ = constante

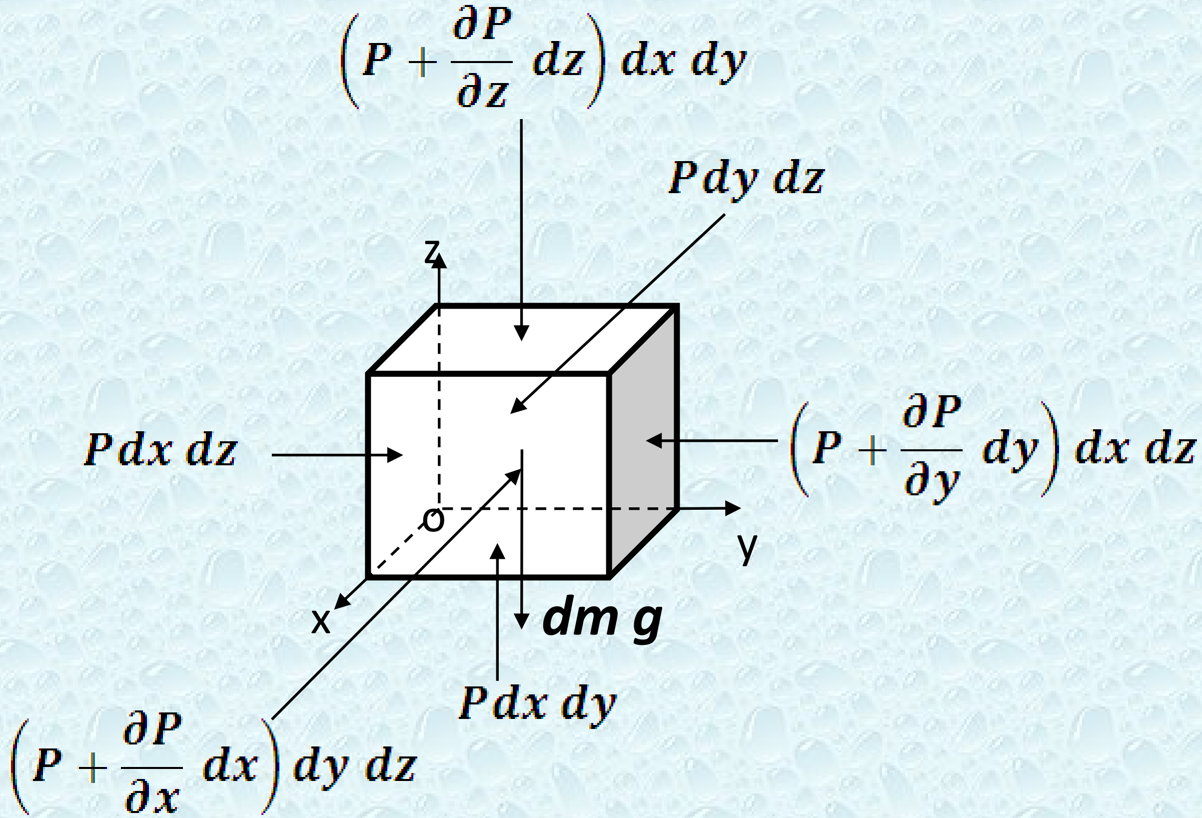
Les forces de pression sont toujours normales aux parois sur les quelles elles agissent.

$$\left|\overrightarrow{dF}\right| = P\, dA$$



Considérons un élément de fluide infinitésimal de dimensions dxdydz , en équilibre (statique)/ à un repère orthonormé R(o,x,y,z).

L'élément de fluide est soumis à son propre poids (dm g =ρ dxdydz g) et aux forces de pression.



L'équilibre pour cet élément de volume donne :

$$\sum \overrightarrow{F}_{pression} + \rho dV \overrightarrow{g} = 0$$

En considérant que $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}\ et\ \frac{\partial P}{\partial z}$

sont les variations de P le long de dx, dy et dz, l'équilibre donne :

Suivant l'axe des X :

$$P_x dydz - (P_x + \frac{\partial P}{\partial x} dx) dydz = 0 \qquad (1)$$

Suivant l'axe des Y :

$$P_y dxdz - (P_y + \frac{\partial P}{\partial y} dy) dxdz = 0 \qquad (2)$$

Suivant l'axe des Z :

$$P_z dxdy - (P_z + \frac{\partial P}{\partial z} dz) dxdy - \rho g dxdydz = 0 \qquad (3)$$

En simplifiant les équations (1) et (2), on obtient

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \Rightarrow \text{P ne varie pas suivant x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \Rightarrow \text{P ne varie pas suivant x}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz}$$

L'équation 3 donne

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \;\; ou \;\; dP = -\rho g dz$$

C'est l'équation fondamentale de la statique des fluides

Remarques:

Le signe (-) est du au fait que l'axe z est dirigé vers le haut:
P augmente lorsque z diminue

L'accélération de la gravité varie faiblement avec l'altitude:

Au niveau de la mer, z=0, g = 9.807 m/s^2

Pour une altitude de 14000 m, g= 9.764 m/s^2

L'intégration de l'équation (4) donne

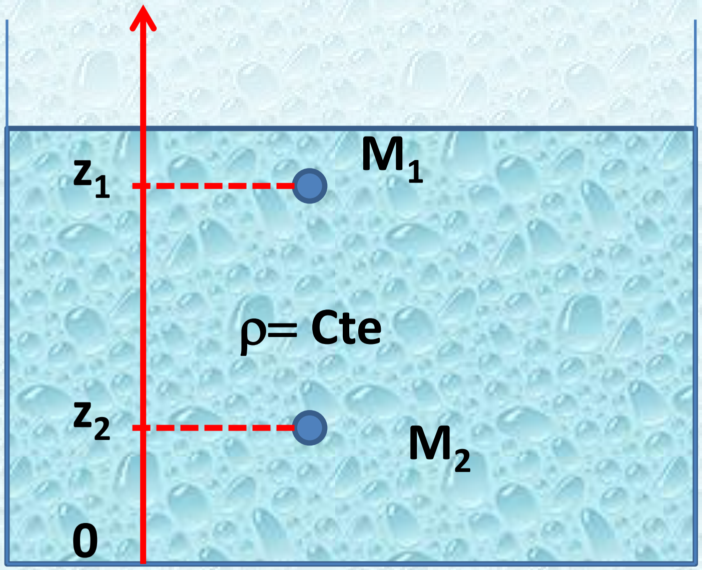
$$\int_1^2 dp = \int_1^2 -\rho g dz = -\rho g \int_1^2 dz$$

$$p_2 - p_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

Ou bien :

$$p_2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho g z_1$$

$$p + \rho g z = Cte$$



Remarques :

•La pression augmente lorsque z diminue à cause du signe (-)

Si les deux points M1 et M2 sont séparés d'une hauteur h

$$z_1 - z_2 = h \Rightarrow p_2 - p_1 = \rho g h \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho g h$$

- Si les deux points M_1 et M_2 sont d'égales côtes :

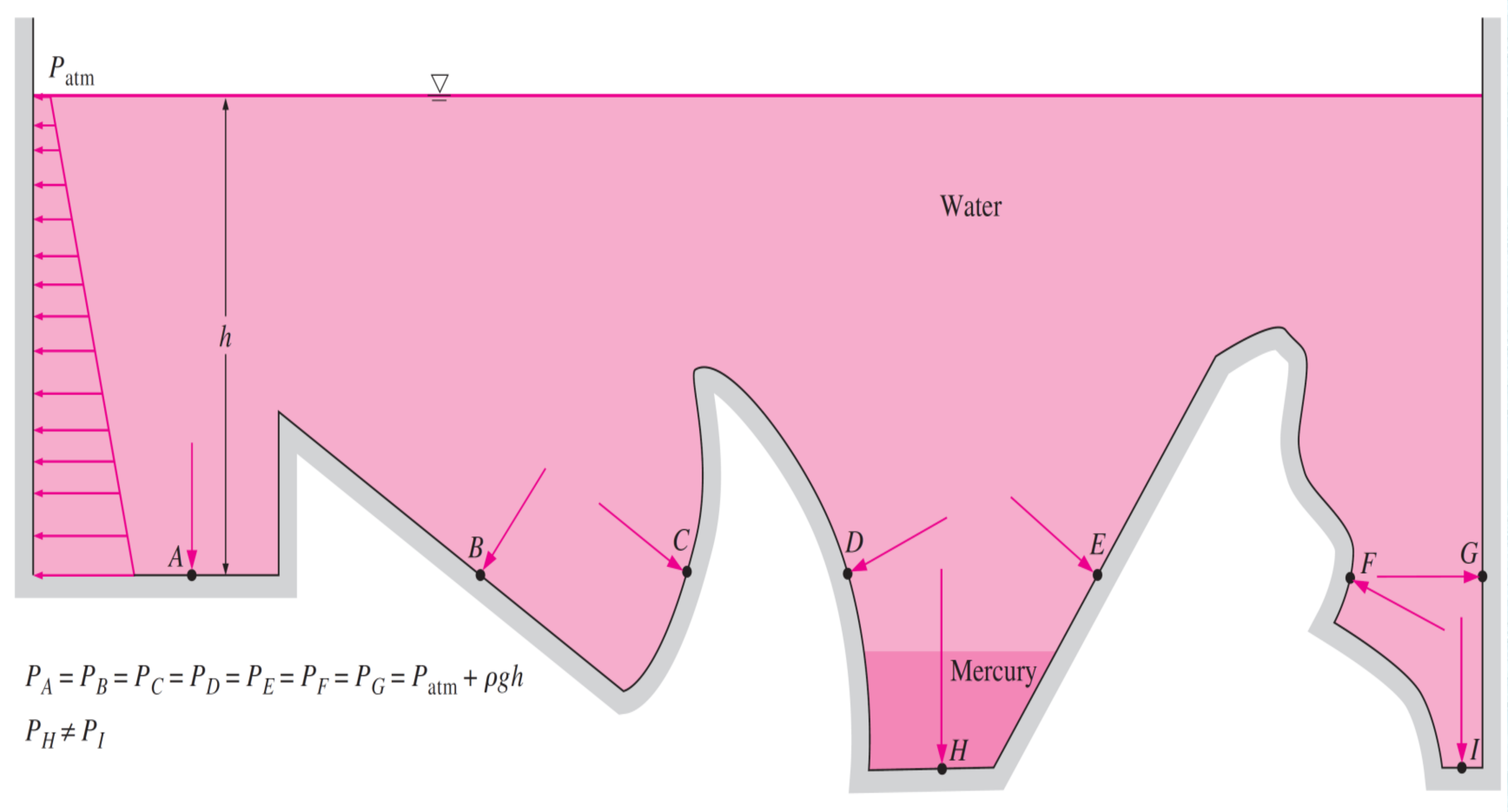
$$z_1 = z_2 \Rightarrow \; p_2 = p_1$$

Conclusions :

Pour un fluide incompressible au repos :

✓**La pression croît du haut en bas.**

✓**Les surfaces isobares sont des plans horizontaux.**



$P_A=P_B=P_C=P_D=P_E=P_F=P_G=P_{atm}+\rho\ g\ \ h$
$P_H \neq P_I$

2- Aérostatique

C'est l'étude de la variation de la pression de l'air au repos en fonction de l'altitude.

L'air atmosphérique obéit avec une bonne précision à la loi des gaz parfait, soit

$$\frac{P}{\rho} = RT \rightarrow \rho = \frac{P}{RT}$$

Avec P : pression de l'air, T :sa température en **Kelvin** et R : constante égale à 0.287 KJ/Kg K
ρ est fonction de P et T

En général T varie avec l'altitude.

A -Loi de Halley

Cette loi suppose que T ne varie pas avec l'altitude : T= T0

Si à z=0 (niveau de la mer), la pression de l'air est P_0, on cherche à déterminer la variation de pression de l'air en fonction de l'altitude : P = f(z).

$$dP = -\rho\, g\, dz = -\frac{P}{RT_0} g dz \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT_0} dz \rightarrow P = C e^{-\frac{g}{RT_0} z}$$

A z=0, $P=P_0 \Rightarrow C = P_0$ d'où :

$$\boldsymbol{P = P_0 e^{-\frac{g}{RT_0} z}}$$

C'est la Loi de Halley: elle donne la pression de l'air en fonction de l'altitude en supposant que la température ne varie pas avec l'altitude.

B- Loi logarithmique

Cette loi tient compte de la variation de la température en fonction de l'altitude. Pour des élévations variant entre 0 et 13500m, la température de l'air varie linéairement avec l'altitude selon :

$$T = T_0 - \alpha z$$

Où T_0 : température de l'air à z=0

$\alpha = 6.5\ 10^{-3}$ °C/m

$$dP = -\rho\, g\, dz = -\frac{P}{RT} g\, dz = -\frac{P\, g}{R(T_0 - \alpha z)} dz$$

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{R}\frac{dz}{(T_0 - \alpha z)} \Longrightarrow \int \frac{dP}{P} = \int -\frac{g}{R}\frac{dz}{(T_0 - \alpha z)}$$

$$\log P = \frac{g}{\alpha R}\log((T_0 - \alpha z) + C \Rightarrow \quad P = C'(T_0 - \alpha z)^{\frac{g}{\alpha R}}$$

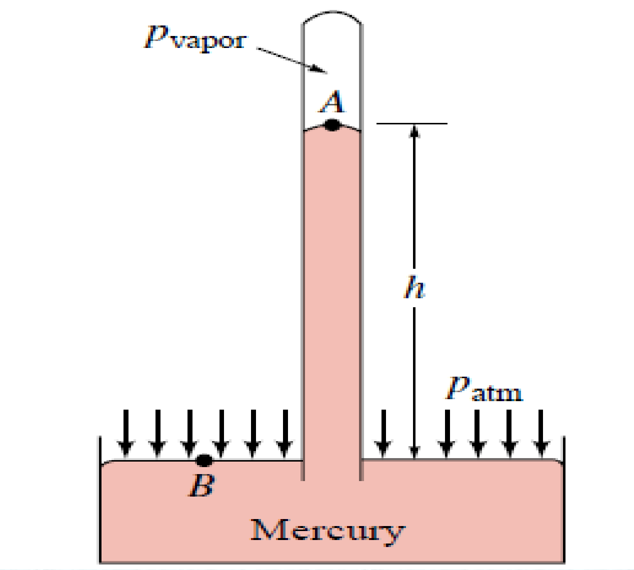
A z=0, P=P0 $\Rightarrow P_0 = C'(T_0)^{\frac{g}{\alpha R}} \rightarrow C' = \dfrac{P_0}{T_0^{\frac{g}{\alpha R}}}$

$$\boxed{P = P_0\,(1 - \frac{\alpha z}{T_0})^{\frac{g}{\alpha R}}}$$

•**Mesure de la pression atmosphérique** :

Elle est appelée **également pression barométrique**, elle est mesurée par un **baromètre**.

Une éprouvette sous vide est plongée dans un récipient rempli de mercure (Hg). la hauteur h à laquelle le mercure monte est mesurée .



•L'application de la loi hydrostatique entre les points B et A donne :

$P_B = P_A + \rho_{Hg}\, g\, h$; Comme $P_A = 0$ (vide) On a : $P_B = P_{atm} = \rho_{Hg}\, g\, h$

Pour : $\rho_{Hg} = 13600\ Kg/m^3$, $g = 9.81\ m/s^2$ et $h = 760mm$

On obtient : $\mathbf{P_{atm} = 101396.16\ Pa = 101.396\ kPa}$

•Si l'éprouvette est plongée dans de l'eau au lieu du mercure, la hauteur h devient :

$$h = \frac{P_{atm}}{\rho_{eau}\ g} = \frac{101\ 10^3}{10^3\ 9.81} \approx 10\ m$$

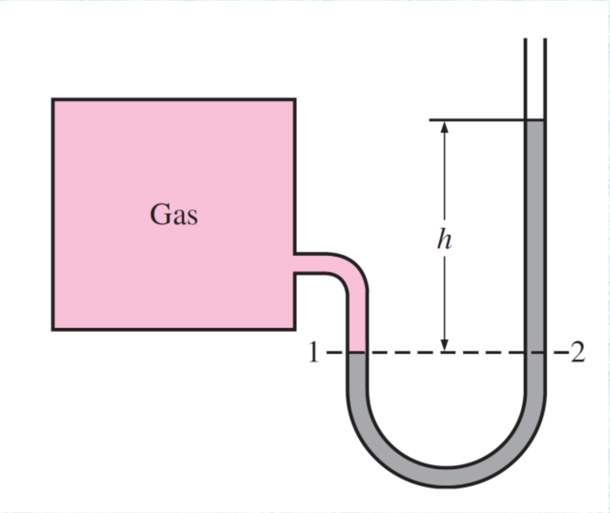
c) La pression relative :

Appelée également **pression manométrique** est mesurée par rapport à la pression atmosphérique par des manomètres.

Un manomètre est constitué d'un tube en U en plastique ou en verre qui contient un ou plusieurs fluides tels que : le mercure, l'eau, l'alcool, l'huile….

Exemple de manomètre :

Il sert à mesurer la pression relative d'un gaz se trouvant dans un réservoir.
La pression qui règne dans le réservoir est constante car la masse volumique des gaz est faible.



L'application de la loi de l'hydrostatique donne :

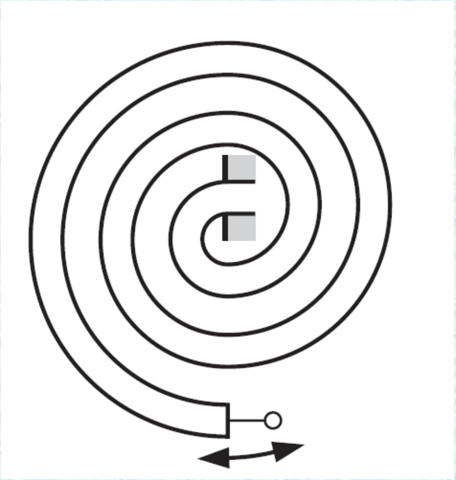
$P_1 = P_2$ Avec $P_1 = P_{gaz}$

$P_2 = P_{atm} + \rho_{fluide}\, gh \Longrightarrow P_{rel} = P_{mano} = P_2 - P_{atm} = \rho_{fluide}\, g\, h$

Autres moyens de mesure de la pression

Un autre moyen très utilisé pour la mesure de la pression relative est le **manomètre de Bourdon.**

Il est composé d'un ressort métallique creux en forme de spiral dont l'extrémité est fermée et connectée à une aiguille. Sous l'effet de la pression du fluide le ressort s'allonge et déplace l'aiguille qui indique la valeur de la pression mesurée.



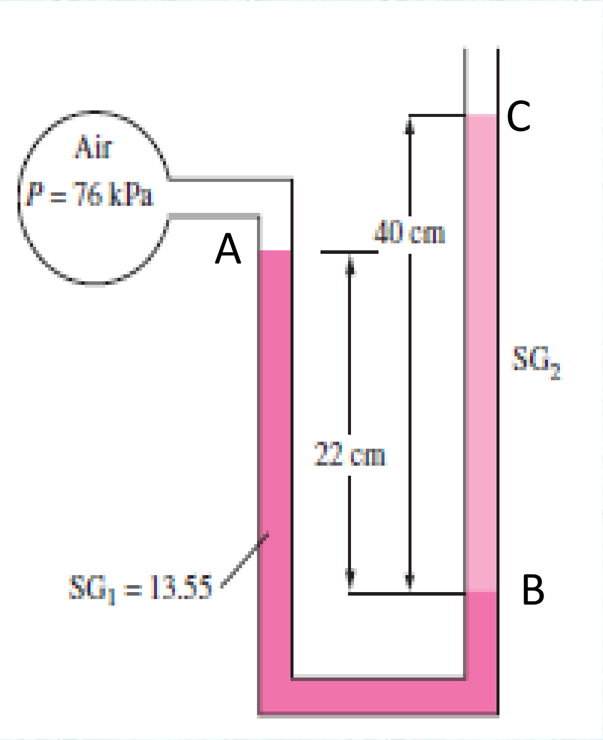
Ressort spiral

d) Application : Exercice (n°23 de la série 2)

Considérer un manomètre à double fluide relié à une conduite d'air tel qu'indiqué sur la figure ci-contre.

Si la densité du fluide 1 est de 13.55, déterminer la densité du fluide 2 si la pression absolue de l'air est de 76 KPa.

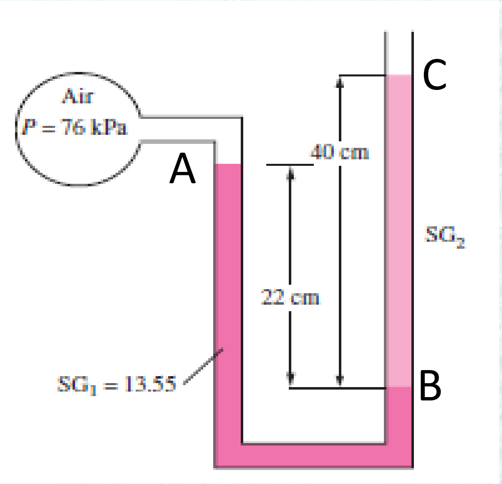
Supposer une pression atmosphérique de 100 KPa et on donne $g=9.81 m/s^2$



Solution : On cherche la densité du fluide 2

$$d_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{eau}} \Longrightarrow \rho_2 = d_2 \, . \, \rho_{eau}$$

$$d_1 = \frac{\rho_1}{\rho_{eau}} \Longrightarrow \rho_1 = d_1 \, . \, \rho_{eau} = 13.55 \times 10^3 = 13550 \text{ Kg/m}^3$$



Application de la loi de l'hydrostatique donne :

Pour le fluide 1, entre A et B: $P_B = P_A + \rho_1 \, g \, h_{AB}$

Pour le fluide 2, entre B et C: $P_B = P_{atm} + \rho_2 \, g \, h_{BC}$

D'où, on a : $P_A + \rho_1 \, g \, h_{AB} = P_{atm} + \rho_2 \, g \, h_{BC}$

$$\Longrightarrow \rho_2 = \frac{(P_A - P_{atm}) + \rho_1 \, g \, h_{AB}}{g \, h_{BC}}$$

Application numérique :

$$\rho_2 = \frac{(76-100)\ 10^3 + 13550 * 9.81 * 022}{9.81 * 0.4}$$

$\Rightarrow$ ρ_2 =1336.29 Kg/m^3

$$\Rightarrow \boxed{d_2 = \frac{\rho_2}{\rho_{eau}} = \frac{1336.29}{1000} = 1.33}$$