

النة الدراسية 2016/2017

النة الثالثة رياضيات

المدة : ساعتين .

(PE5 + PE7)

المتحان الأول في مادة الطوبولوجيا

المترين 1: لدينا (E_1, \mathcal{E}_1) و (E_2, \mathcal{E}_2) فضاءين طوبولوجيين معرفين كما يلي:

$$E_1 = \mathbb{R}, \quad \mathcal{E}_1 = \{ \emptyset, \mathbb{R},]-\infty, 0[\}$$

$$E_2 = \mathbb{R}, \quad \mathcal{E}_2 = \{ \emptyset, \mathbb{R},]0, +\infty[\}$$

(1) أستخرج عائلة المفتوحات الأولية لفضاء الجداء $E = E_1 \times E_2$

(2) أستخرج عائلة المفتوحات لفضاء الجداء $E = E_1 \times E_2$

أي أستخرج طوبولوجيا الجداء لفضاء $E = E_1 \times E_2$

(3) أكتب داخلية و ملاصقة المجموعات التالية:

$$A_3 = \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \quad A_2 = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}, \quad A_1 = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_-$$

(4) هل فضاء الجداء $E = E_1 \times E_2$ منفصل؟

المترين 2: لدينا (E, \mathcal{E}) فضاء طوبولوجي و $A, B \subset E$

(1) برهن أن $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$ و $\overline{\overline{A}} = \overline{A}$

(2) برهن أنه إذا كانت A مجموعة مفتوحة و B مغلقة فإن

المجموعة $A \cap B$ تكون مفتوحة والمجموعة

$B \cap A$ تكون مجموعة مغلقة.

المترية رقم 3: ليكن (E, \mathcal{E}) فضاء هيلبرتي و f دالة

مستمر معرف من (E, \mathcal{E}) نحو $(\mathbb{R}, \mathcal{A})$ برهن

أن المجموعة A المرفقة بـ

$$A = \{x \in E, f(x) = 0\}$$

هي مجموعة مغلقة.

المترية رقم 4: ليكن (E, \mathcal{E}) فضاء هيلبرتي متفصل

برهن أنه إذا كانتا المجموعتان A و B مترابعتين

من E فإن $A \cup B$ و $A \cap B$ مترابعتين كذلك

بالتوفيق