

المراقبة الاولى في مقياس: الهندسة 1

التمرين 1: (6نقط)

1/ نعتبر الفضاء $O_2(\mathbb{R})$ فضاء المصفوفات المتعامدة و لتكن M مصفوفة منه اثبت التكافؤ :

$$M' = M^{-1} \Leftrightarrow M'M = I \Leftrightarrow M \in O_2(\mathbb{R})$$

2/ أجب بصحيح أم خطأ مع التعليل

2 كل مصفوفة متعامدة محدها يساوي 1

1 كل مصفوفة وحدة هي متعامدة

4- كل جداء سلمي هو تطبيق

3- كل تطبيق خطي هو تقياس

6- الجداء المضاعف تجميعي

5- كل تقياس له قيمتان ذاتيتان حقيقيتان هم $a, -a$

التمرين 2: (8نقط)

1 / ليكن E فضاء شعاعي اقليدي و φ جداء سلمي حيث x, y شعاعان غير معدومان من E برهن أن :

$$|\varphi(x, y)| \leq \|x\| \cdot \|y\| - 1$$

$$\left\| \frac{x}{\|x\|^2} - \frac{y}{\|y\|^2} \right\| = \frac{\|x - y\|}{\|x\| \cdot \|y\|} - 2$$

3 - ليكن $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^{+*}$ برهن أن $n^2 \leq (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k}$

4- نعتبر المستوي (P) المعروف بالمعادلة $2x + y - z = 0$ في الفضاء الشعاعي \mathbb{R}^3

أنشئ أساس متعامد للمستوي (P).

التمرين 3: (6نقط)

ليكن E فضاء شعاعي اقليدي و S مجموعة جزئية من E نعرف S^\perp عمودي S ب

$$S^\perp = \{u \in E; (u|v) = 0, \forall v \in S\}$$

1- برهن ان S^\perp فضاء جزئي من E

2- برهن الاستلزام $S_1 \subset S_2 \Rightarrow S_2^\perp \subset S_1^\perp$

3- احسب E^\perp ثم استنتج $\{0\}^\perp$ مع التعليل

أرجو لكم التوفيق الأستاذ بن حيونة