

**« BONJOUR CHER ETUDIANT,
COMMENT ALLEZ-VOUS ? ÇA VA ? »
« NON, ÇA NE VA PAS »
« C'EST NORMAL »**

Optique Géométrique

Pr. S. Bouzid

1-LES LOIS DE LA REFLEXION

INTRODUCTION

Le cours est fait d'une façon interactive, l'étudiant participe ! Au bout d'une demi-heure à récurrence, une finesse lui est envoyée afin d'amadouer l'atmosphère.

Le cours s'intitule **optique géométrique**, il est composé de deux mots : **optique** et **géométrique**. Nous allons expliquer le premier mot qui signifie vue, vision ou **tout simplement lumière**, la définition de la lumière dépend où on se place ? dans quelle théorie ? la théorie de Maxwell ou la théorie d'Einstein? Si c'est la première théorie, la lumière a un aspect ondulatoire, elle est définie comme une onde électromagnétique, c'est à dire la superposition de deux champs, un électrique et l'autre magnétique qui lui est perpendiculaire et on définira ainsi l'optique physique. C'est la propagation d'un des champs ou la propagation des deux à la fois.

Selon la théorie d'Einstein, la lumière est constituée de grains d'énergie appelée quanta d'énergie $h\nu$ qui se déplacent, on définit ainsi l'optique quantique. Je vous laisse alors libre choix de votre optique ! Seulement dans ce cours, nous étudions l'optique géométrique, le premier mot de l'intitulé du cours a été défini, on passe maintenant au deuxième mot qui est géométrique, la géométrie veut dire **des lignes ou des courbes**. En écoutant, nous allons étudier dans ce cours la propagation de la lumière selon une ligne droite ou suivant un rayon lumineux qui se déplace sur une surface plane ou courbe avec formation d'image.

Nous prenons un exemple simple dans le domaine médical. On suppose qu'on assiste à une ablation d'une tumeur bénigne dans un cabinet de dermatologie. Le choix revient au malade, soit qu'il fasse cette ablation par bistouri propre qu'est le laser ou par bistouri normal par chirurgie. Après une longue réflexion, le malade choisi le laser. La première question, que je vous pose est la suivante : comment est habillé le dermatologue? Vous me dites, il porte un tablier blanc, oui ...mais encore,...et après un long débat l'ultime question est: pourquoi le médecin porte-t-il des lunettes? Vous répondez : de peur d'avoir le laser dans ses yeux, c'est vrai, il évite la réflexion de la lumière qui endommagera ses yeux. Nous avons ainsi cerné le premier phénomène que donne la lumière c'est **le phénomène de réflexion**

Voir fig.I.1. La lumière se trouve renvoyée, soit par des objets lisses, brillants ou par la tumeur elle-même. Cette lumière ne peut pas pénétrer dans la tumeur, elle reste dans le premier milieu qui est l'air.

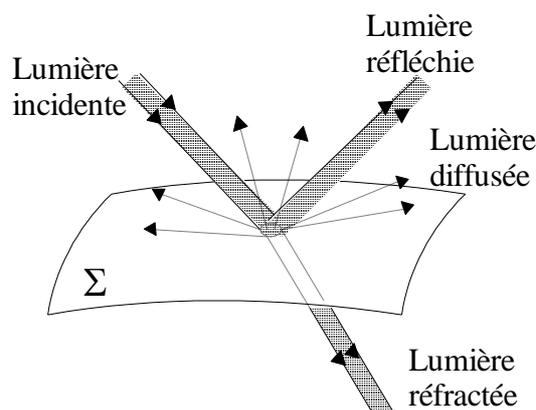


Fig.I.1

Revenons maintenant au malade, son souci primordial est de se débarrasser de cette tumeur par laser. On considère que la tumeur présente une configuration sphérique, on prend une calotte sphérique qu'on appelle Σ (voir Fig.I.1). On envoie la lumière suivant une seule direction, c'est la lumière incidente et on remarque sur la figure I.1, qu'il y a deux formes de lumière réfléchie : celle qui est réfléchie selon une direction bien déterminée, une seule direction et celle qui est réfléchie selon plusieurs directions.

Dans le premier cas, on parle de lumière réfléchi. Dans le second cas, on parle de lumière diffusée, en fait, il y a deux sortes de diffusion : la diffusion avant et arrière. La diffusion arrière se fait quand la surface de la tumeur est rugueuse, la lumière est dirigée dans tous les sens. Dans le cas de la diffusion avant, lorsque la lumière **pénètre** dans la tumeur, elle sera éparpillée et poussée par les cellules et ses constituants dans toutes les directions, c'est la diffusion avant. Il se trouve que la lumière **pénètre** dans la tumeur suivant une direction avant d'être bousculée. La lumière est dite réfractée, c'est le phénomène de **réfraction** (Fig.I.1). La lumière est constituée de faisceaux lumineux qui sont un ensemble de **rayons lumineux** se propageant en **ligne droite** d'après **l'optique géométrique**.

Nous avons expliqué jusqu'à maintenant les trois phénomènes existant suite à l'interaction de la lumière avec la tumeur, les phénomènes de réflexion, de diffusions avant et arrière et de réfraction. En première année médecine, nous nous contenterons de deux phénomènes seulement: la réflexion et la réfraction. On s'intéresse d'abord au phénomène de réflexion et ses lois et dans une seconde étape au phénomène de réfraction. Nous allons comprendre maintenant, comment, calculer l'angle de réflexion pour que le dermatologue sans lunettes évite d'avoir le rayon lumineux dans ses yeux. Pour cela, on **définit le phénomène de réflexion** comme suit : la **lumière** est **renvoyée** dans une direction privilégiée, elle est réfléchi, c'est la **réflexion**.

Les lois de la réflexion :

Simplifions le travail, de la calotte sphérique, on passe à deux dimensions et on considère que la tumeur présente une configuration plane, soit M cette surface plane sur laquelle tombe un rayon incident AI (Fig.I.2). Ce rayon rencontre la tumeur au point d'incidence I; soit IN la perpendiculaire en I au plan de la tumeur M; le plan d'incidence (P) est défini par le rayon incident AI et la normale IN; l'angle d'incidence i est l'angle que fait le rayon incident AI avec la normale IN. La connaissance du plan (P) et de l'angle i détermine le rayon incident. Pour faire la suite de la démonstration, nous avons besoin d'un autre exemple, le mieux adapté est l'exemple des deux bougies.

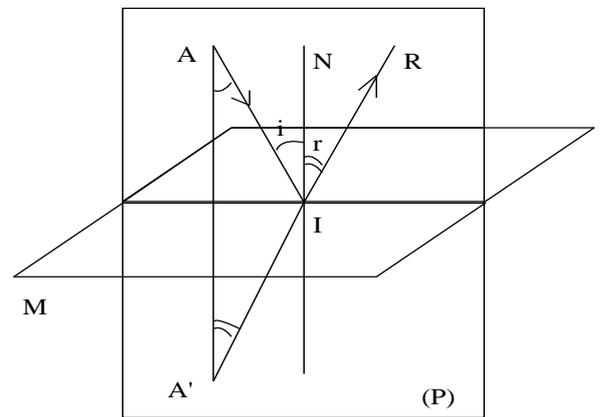


Fig.I.2

Disposons en AB et A'B' deux bougies de même hauteur, symétriques par rapport à une glace verticale M. L'expérience montre alors que si on allume l'une des bougies A, l'autre, vue à travers la glace, semble s'allumer aussitôt. C'est donc que les rayons issus d'un point A de l'objet qui entrent dans l'œil après s'être réfléchis sur le plan M, semblent venir du point A' symétrique de A par rapport à ce plan. L'œil voit en A' un point lumineux (Fig.I.3).

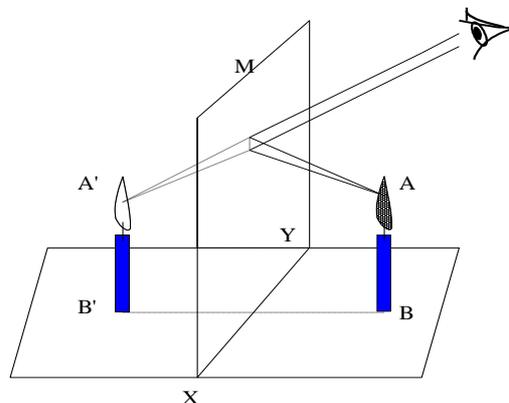


Fig.I.3

L'expérience des deux bougies montrent que le prolongement du rayon réfléchi IR (Fig.I.2) passe par le point A' symétrique de A par rapport au miroir M. Comme A' est dans le plan d'incidence (P), il en est de même du rayon réfléchi IR;

Cela conduit à **la première loi de la réflexion** :

Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence

D'autre part, le rayon réfléchi IR fait avec la normale IN l'angle de réflexion r. Comme AA' est parallèle à IN, on a :

$\hat{i} = \hat{A}$ comme alternes-internes

$\hat{r} = \hat{A}'$ comme correspondants

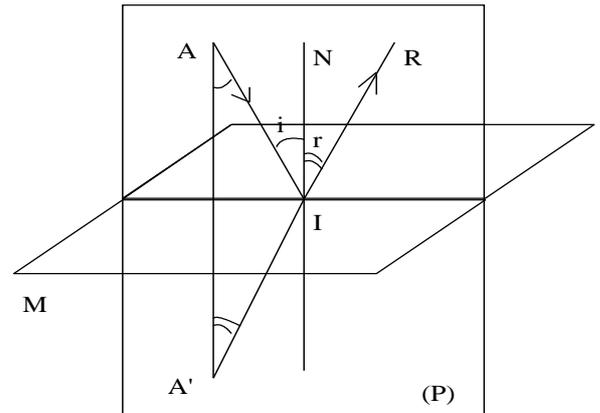
Or le triangle AIA' est isocèle, puisque A et A' sont symétriques par rapport à M: il en résulte que :

$\hat{A}' = \hat{A}$, d'où $\hat{r} = \hat{i}$

La deuxième loi s'énonce :

L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence

Ces deux lois déterminent complètement le **rayon réfléchi**.



II-LES LOIS DE LA REFRACTION

Pour enlever la tumeur, il faut que la lumière pénètre de l'air qui est le premier milieu (A) vers l'intérieur de la tumeur qui est le second milieu (B). A deux dimensions la surface (T) est la surface de séparation entre ces deux milieux. Le rayon incident SI, qui se propage dans le milieu (A) et rencontre la surface (T) au point d'incidence I, est déterminé par le plan d'incidence (P), défini par SI et la normale IN, et par l'angle d'incidence i_A que SI fait avec IN. Dans le milieu (B), le rayon réfracté IR fait avec la normale l'angle de réfraction i_B (Fig.II.1). Nous pouvons énoncer les lois de Snell-Descartes :

Première loi : Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence

Deuxième loi : Il y a un rapport constant entre les sinus

des angles d'incidence et de réfraction : $\frac{\sin i_A}{\sin i_B} = cste$

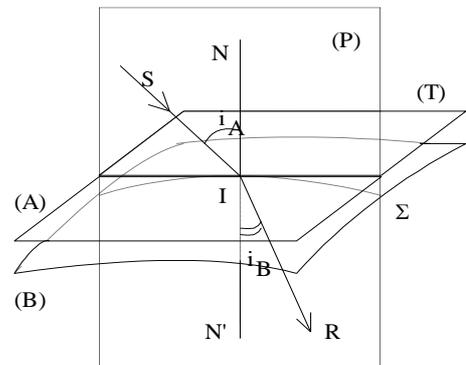


Fig.II.1

II-1 Principe de Fermat:

Ce principe permet de retrouver les précédentes lois. Il s'énonce comme suit: le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point quelconque A_1 à un autre point quelconque A_2 est celui dont la durée est minimum (ou maximum). On retrouve tout de suite comme conséquence le premier principe de la propagation rectiligne de la lumière. En effet si A_1 et A_2 sont dans un milieu homogène et isotrope, le trajet de plus courte durée est la ligne droite. Retrouvons maintenant les lois de Descartes relatives à la réfraction: Soit Σ la surface séparant le milieu (1) dans lequel la lumière se propage à la vitesse V_1 du milieu (2) dans lequel la lumière se propage à la vitesse V_2 (Fig.II.2). Soit le rayon A_1IA_2 qui se réfracte en I sur Σ , selon le principe de Fermat le temps que met la lumière pour aller de A_1 en A_2 est : $t = \frac{IA_1}{V_1} + \frac{IA_2}{V_2}$

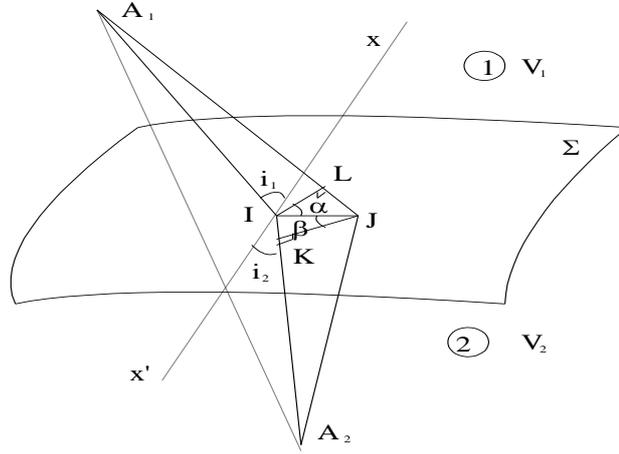


Fig.II.2

Prenons sur Σ un point J tel que le segment IJ soit pris comme infiniment petit du premier ordre c'est à dire $IJ \ll A_1I$ et A_2I . Supposant que la lumière au lieu de suivre le trajet A_1IA_2 (ce qu'elle fait en réalité !) elle suive le trajet A_1JA_2 ; alors elle mettra le temps $t + \Delta t$ pour effectuer ce parcours et:

$t + \Delta t = \frac{JA_1}{V_1} + \frac{JA_2}{V_2}$ de Sorte que (avec les notations définies sur la figure):

$$\Delta t = \frac{JA_1 - IA_1}{V_1} + \frac{JA_2 - IA_2}{V_2} = \frac{JL}{V_1} - \frac{IK}{V_2} = IJ \left[\frac{\sin \alpha}{V_1} - \frac{\sin \beta}{V_2} \right]$$

Dire que la durée t du trajet A_1IA_2 est minimum (ou maximum) revient à dire que la dérivée de t par rapport à la position du point I est nulle, soit que (d'après la définition de la dérivée)

$$\lim_{IJ \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t}{IJ} \right) = 0 \text{ mais } \frac{\Delta t}{IJ} = \frac{\sin \alpha}{V_1} - \frac{\sin \beta}{V_2} \text{ d'où l'on tire : } \frac{\sin \alpha}{V_1} = \frac{\sin \beta}{V_2}$$

Au second ordre près d'approximation, le segment IJ est perpendiculaire à $x'x$ d'où: $\alpha = i_1$ et $\beta = i_2$

par conséquent : $\frac{\sin i_1}{V_1} = \frac{\sin i_2}{V_2}$

Soit: $\sin i_1 = \frac{V_1}{V_2} \sin i_2 = n \sin i_2$ et l'on voit apparaître l'indice n , égal au rapport des vitesses de la lumière dans (1) et (2).

Remarque: Soit c la vitesse de la lumière dans le vide, c/V_1 est l'indice du milieu (1) par rapport au vide. Nous l'appellerons indice absolu de (1) et le noterons N_1 . La même chose peut être faite pour (2) et on a :

$$N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \cdot \sin i_2$$

Cette forme symétrique de la loi de Descartes illustre le principe du retour inverse de la lumière.

II-2- Vérifications expérimentales :

Pour vérifier les lois de Descartes, on utilise au laboratoire de travaux pratiques (Lab22), TPN°1, un bloc de Plexiglas ayant la forme d'un demi-cylindre A, est solidaire d'un disque B sur lequel est tracé un cercle gradué; l'axe du cylindre coïncide avec le centre I du cercle. Les quatre quarts de cercle sont gradués de 0° à 90° à partir de la normale à la face plane du cylindre (Fig.II.3).

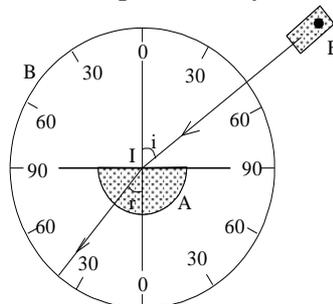


Fig.II.3

On utilise le laser comme dispositif d'éclairage E qui fait tomber en I un faisceau lumineux très étroit ; le pinceau réfracté arrive normalement sur la face cylindrique et la traverse; on voit sur le disque les traces lumineuses des pinceaux incident et réfracté; il est donc facile de mesurer les angles d'incidence i dans l'air et de réfraction r dans le Plexiglas (Fig.II.3). On vérifie que le rapport $\sin i / \sin r$ est constant; l'indice de l'air étant égal à 1, la valeur de ce rapport est l'indice du bloc de Plexiglas.

II-3. REFRACTION LIMITE. REFLEXION TOTALE

1 Réfraction limite :

Les lois énoncées auparavant déterminent seulement la direction du rayon réfracté connaissant celle du rayon incident. Nous allons maintenant reprendre l'étude de la réfraction pour en préciser certaines modalités et en tenant compte de l'existence de la lumière réfléchi.

Les deux milieux que nous considérons sont l'air, d'indice 1 et un milieu plus réfringent (verre, eau, etc), d'indice n . Nous distinguerons deux cas, suivant que la lumière incidente se propage dans l'air ou dans le milieu réfringent.

a- Premier cas: lumière incidente dans l'air

On reprend le dispositif précédent constitué par le demi-cylindre en Plexiglas solidaire d'un cercle gradué; on fait tomber le rayon lumineux SI sur la face plane, sous une incidence assez faible, environ 25° . La plus grande partie de la lumière se réfracte et pénètre dans le Plexiglas, mais il y a aussi un pinceau réfléchi IS', très faiblement lumineux, sa direction est déterminée par les lois de la réflexion. On constate que le rayon réfracté IR est moins écarté de la normale N'IN que le rayon incident SI. Cela est conforme à la relation de Descartes qui s'écrit :

$$\sin i = n \sin r$$

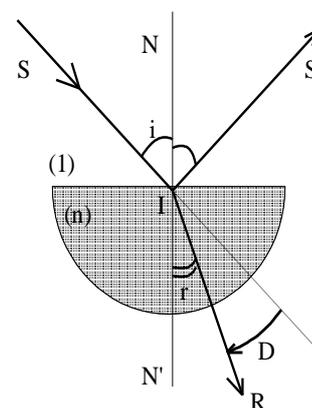


Fig.II.4

Comme $n > 1$, on a $\sin r < \sin i$, ou $r < i$.

Lors de la réfraction, le rayon lumineux est dévié; la déviation D est l'angle que fait le rayon réfracté avec le prolongement du rayon incident (fig.II.4) : $D = i - r$

Nous allons envisager quelques cas : le rayon qui tombe normalement sur la surface n'est pas dévié : $i = 0$ entraîne $r = 0$, donc $D = 0$.

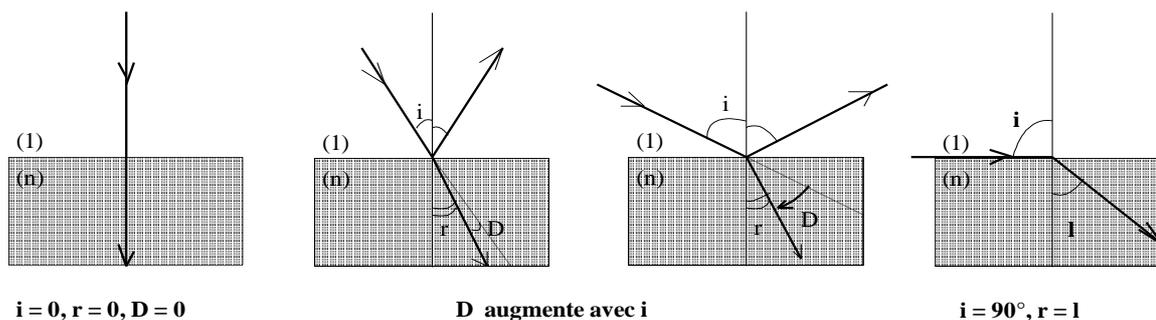


Fig.II.5

Si on augmente progressivement i , on constate que l'angle de réfraction croît avec l'angle d'incidence, mais moins vite que lui; il en résulte que la déviation augmente avec l'incidence. Lorsque l'incidence est grande, l'intensité du faisceau réfléchi, qui était restée faible, se met à croître de façon notable, donc celle du faisceau réfracté diminue. Enfin lorsque l'incidence tend vers 90° , l'angle de réfraction tend vers une valeur limite l (Fig.II.5). La formule de Descartes permet de calculer l'angle limite l :

$$\sin 90^\circ = 1 = n \sin l \quad \sin l = \frac{1}{n}$$

Cette formule permet de connaître les valeurs de l'angle limite pour quelques substances :

eau	$n = 1,33$	$l = 49^\circ$
verre	$n = 1,52$	$l = 42^\circ$

b- Deuxième cas : lumière incidente dans le milieu réfringent

On utilise le même dispositif que précédemment de telle façon que le pinceau lumineux incident tombe normalement sur la face cylindrique; il pénètre dans le Plexiglas sans être dévié et arrive en I sur la face plane (Fig.II.6). On prend un angle d'incidence assez faible, environ 25° ; la plus grande partie de la lumière se réfracte et sort dans l'air; mais il y a aussi un pinceau réfléchi, faiblement lumineux. La direction du faisceau réfléchi IS' est donnée par les lois de la réflexion, qu'on vérifie aisément. On constate que le rayon réfracté IR est plus écarté de la normale que le rayon incident SI. Cela est conforme à la relation de Descartes qui s'écrit :

$$n \sin i = \sin r$$

Comme $n > 1$, on a bien : $\sin r > \sin i$, ou $r > i$.

Lors de la réfraction, le rayon subit une déviation : $D = r - i$

C'est l'angle du rayon réfracté IR avec le prolongement du rayon incident SI (fig.II.6).

On envisage dans ce cas aussi quelques exemples: si $i = 0$, on a $r = 0$, donc

$D = 0$: un rayon qui tombe normalement sur la face plane sort dans l'air sans être dévié. Lorsqu'on fait croître l'incidence i , l'angle r croît, et même plus vite que i ; il en résulte que la déviation augmente avec l'incidence. En même temps, l'intensité du rayon réfléchi augmente et celle du rayon réfracté diminue.

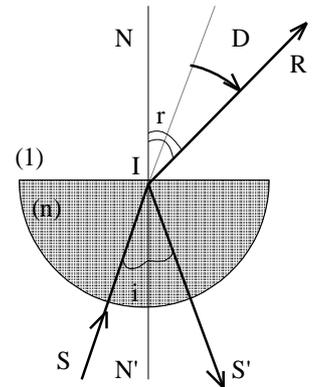
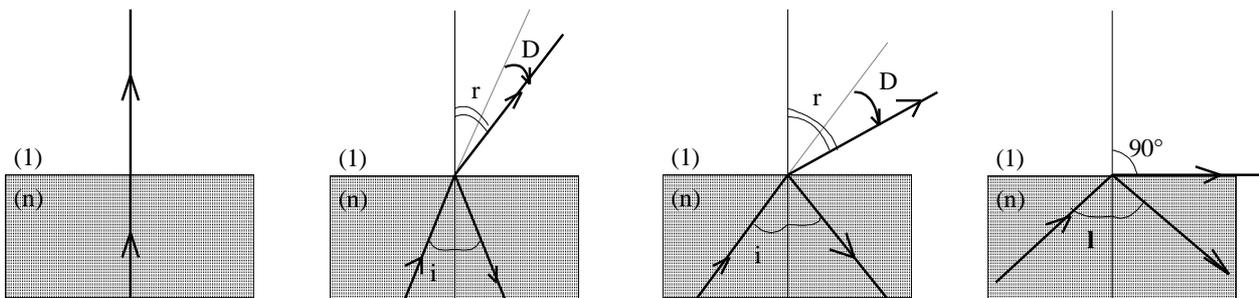


Fig.II.6



$i = 0, r = 0, D = 0$

D augmente avec i

$i = l, r = 90^\circ$

Fig.II.7

Lorsque l'angle d'incidence est égal à l'angle limite, le rayon réfracté sort dans l'air tangentiellement à la surface, $r = 90^\circ$ (fig.II.7).

Si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle limite l , il n'y a plus de pinceau réfracté; toute la lumière passe dans le faisceau réfléchi : C'est le phénomène de la **réflexion totale**.

Ainsi si $i > l$, on a : $\sin i > \frac{1}{n}$ ou $n \sin i > 1$

Il ne peut pas y avoir d'angle r tel que $\sin r = n \sin i$. En conclusion, il convient de distinguer deux cas :

Si $i \leq l$, la lumière est partiellement réfractée et partiellement réfléchi;

Si $i > l$, elle est totalement réfléchi.

2 Réflexion totale :

Un rayon lumineux, se propageant dans un milieu réfringent d'indice n et arrivant sur la surface séparant ce milieu de l'air, se réfléchit totalement si son incidence est supérieur à l'angle limite l défini par:

$\sin l = \frac{1}{n}$. D'une façon générale, on observe ce phénomène quand la lumière tombe sous une incidence suffisamment grande sur la surface séparant un milieu réfringent d'un autre milieu moins réfringent. Nous donnons un exemple :

Application : Endoscopie

Cette conduction de la lumière par de très fines fibres de verre explique le fonctionnement d'appareils "d'optique à fibres" destinés à l'examen de cavités de l'organisme (endoscopes).

Le schéma suivant (fig.II.8) montre un endoscope médical à fibre de verre, appareil utilisant la "conduction" de la lumière par un cylindre de petite section. La lampe alimentée par la broche, éclaire l'intérieur de l'organe. Un prisme à réflexion total et une lentille forment l'image de la partie observée sur l'extrémité A du faisceau de fibres. Le faisceau, formé d'environ 150 000 fibres, a un diamètre de 6,2 mm. Chaque fibre transmet la lumière qu'elle reçoit; à l'extrémité B du faisceau, on obtient donc une image identique à celle formée sur A.

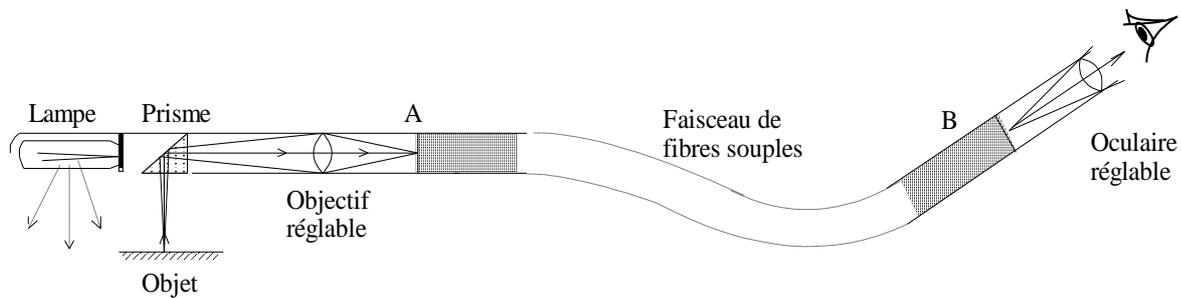


Fig.II.8

III-STIGMATISME

1. Système optique:

Un système optique est un ensemble de milieux transparents et homogènes disposés les uns à la suite des autres et séparés par des surfaces en général planes, sphériques, paraboliques...si toutes ces surfaces sont de révolution autour du même axe, le système est dit centré.

2. Image d'un point lumineux:

Soit un système optique dont les faces d'entrée et de sortie sont S_1 et S_2 . Soit un point lumineux A qui envoie sur S_1 un faisceau divergent. Considérons le **point A** comme point **objet réel** et envisageons les différents cas possibles pour le faisceau émergent (se propageant après S_2).

1. C'est un faisceau convergent en un point A' , A' est une **image réelle de A** donnée par le système (fig.III.1).

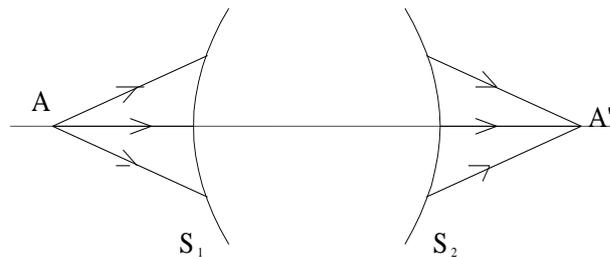


Fig.III.1

2. C'est un faisceau divergent mais dont le prolongement de tous les rayons passe par un même point A'' . A'' est une **image virtuelle de A** (fig.III.2).

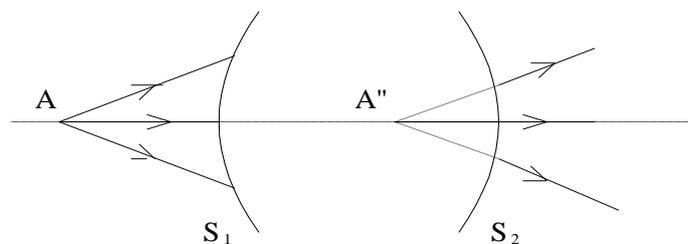


Fig.III.2

3. C'est un faisceau dont les rayons ne passent pas par un même point (ni leur prolongement), ce qui est le cas le plus général.

Dans les cas 1) et 2), on dit que le système est **stigmatique**, dans le cas 3) il est **astigmatique**.

Remarque : Un système **stigmatique** est un système qui donne d'un **point objet** une **image ponctuelle**, le stigmatisme étant défini pour le couple de points image, objet c'est à dire: un système peut donner d'un point A une image ponctuelle A_1 et ne pas donner d'image ponctuelle pour un autre point objet B . Souvent l'image d'un point n'est pas un point mais une portion d'espace autour d'un point. On dit alors qu'il y a **stigmatisme approché**.

Dans le cas où un faisceau incident convergent normalement en un point A en absence du système S_1S_2 est intercepté par la face d'entrée de ce système, le point A est appelé objet virtuel (Fig.III.3).

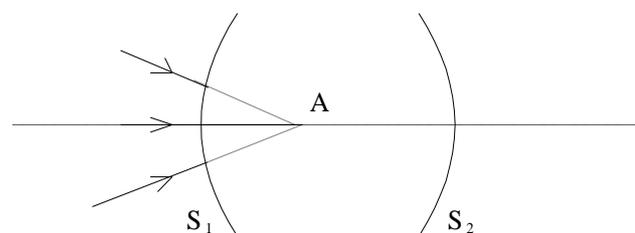


Fig.III.3

IV- DIOPTRE PLAN

Nous avons vu lors de l'expérience de l'osmose par microscope (TP N°3), que le lambeau d'oignon était mis sur une lame et recouvert d'une lamelle. La lamelle est un dioptre plan et la lame est une lame à faces parallèles, nous allons définir ces deux éléments d'optique.

a. Définition:

Un dioptre est constitué d'une surface de séparation entre deux milieux homogènes, isotropes et transparents d'indices différents. Si la surface de séparation est plane, le dioptre est plan (Fig.IV.1)

b. Formule générale:

Soit P_1 un point objet dans le milieu d'indice N_1 . Considérons deux rayons issus de P_1 : le rayon P_1H tombant sur le DP sous l'incidence normale et qui n'est donc pas dévié et le rayon P_1I tombant sous l'incidence i_1 et qui donne naissance au réfracté IR (angle de réfraction i_2). Le prolongement de ces deux rayons réfractés donne comme intersection le point P_2 , nous avons :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{N_2}{N_1} = cste$$

Et puisque

$$tgi_1 = \frac{HI}{HP_1}$$

$$tgi_2 = \frac{HI}{HP_2}$$

Nous avons aussi :

$$\frac{tgi_1}{tgi_2} = \frac{HP_2}{HP_1}$$

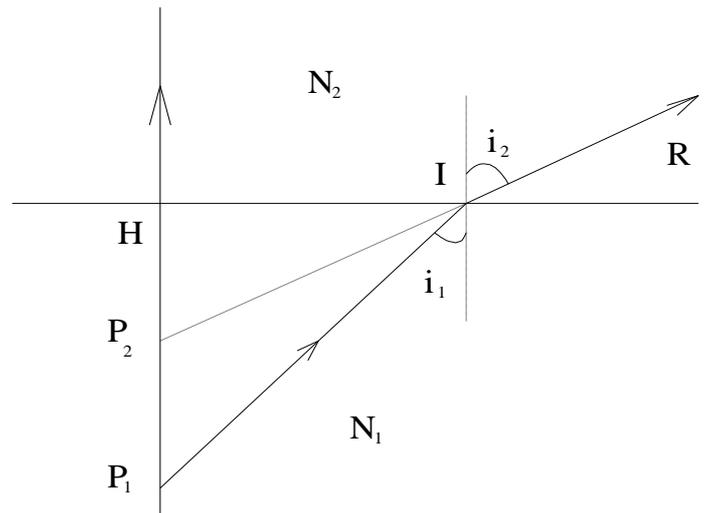


Fig.IV.1

Et comme $HP_1 = cste$; HP_2 ne peut pas être constant, donc tous les rayons réfractés tels que IR ne semblent pas tous provenir du point P_2 et le dioptre plan n'est pas stigmatique. Dans le cas où i_1 est petit, i_2 l'est également, on peut confondre les sinus et les tangentes et alors on a sensiblement :

$$\frac{HP_2}{HP_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{tgi_1}{tgi_2} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{N_2}{N_1} = cste \quad \text{D'où :} \quad p_2 = p_1 \frac{N_2}{N_1} = cste$$

Le dioptre plan est approximativement stigmatique pour des faisceaux étroits voisins de l'incidence normale. La forme précédente s'écrit sous une forme plus symétrique:

$$\frac{p_1}{N_1} - \frac{p_2}{N_2} = 0$$

Le relèvement apparent est : $P_1P_2 = p_1 - p_2 = p_1 \left(1 - \frac{N_2}{N_1} \right)$

Remarque: Le dioptre plan est rigoureusement stigmatique lorsque $p_1 = 0$; alors $p_2 = 0$ ou lorsque p_1 est infini, alors p_2 est infini.

V- LAME A FACES PARALLELES

a. Définition:

La lame à faces parallèles est un milieu transparent homogène limité par 2 surfaces planes parallèles. (autrement dit, un ensemble de deux dioptres successifs parallèles) (fig.V.1).

$$N_1 \sin i_1 = N_2 \sin i_2 = N_3 \sin i_3$$

si $N_1 = N_3$ (milieux extrêmes identiques) alors; $i_1 = i_3$, le rayon émergent est parallèle au rayon incident.

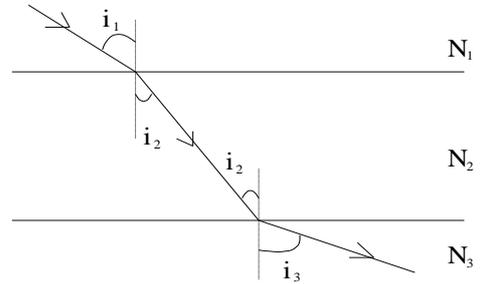


Fig.V.1

b. Calcul du déplacement latéral:

On suppose que $N_1 = N_3$ et les notations sont définies par la figure (Fig.V.2)

$$I_1 I_2 = \frac{l}{\cos i_2}, \quad I_1 \hat{I}_2 H = (i_1 - i_2) \text{ et } I_1 H = I_1 I_2 \cdot \sin I_1 \hat{I}_2 H$$

$$\text{d'où: } d = \frac{l \cdot \sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}$$

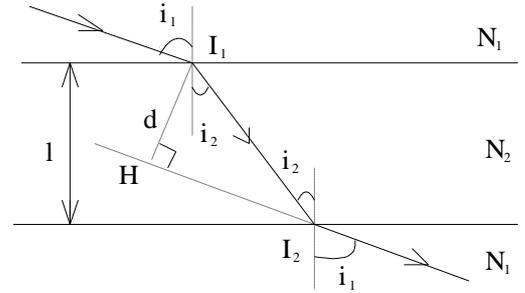


Fig.V.2

si $i_1 = 0$; $i_2 = 0$ et $d = 0$ (résultat évident a priori : le rayon tombant sous l'incidence normale n'est pas dévié).

$$\text{si } i_1 = \frac{\pi}{2} \quad d = \frac{l \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_2\right)}{\cos i_2} = l$$

d augmente avec i_1 et est maximum pour $i_1 = \frac{\pi}{2}$; le maximum est égal à l'épaisseur de la lame.

c. Image d'un point:

Comme pour le dioptré plan, il n'y a stigmatisme rigoureux que pour un point objet à l'infini. Il y a stigmatisme approché pour des rayons centraux. Nous nous plaçons dans cette hypothèse et appliquerons à chacun des 2 DP qui constituent la lame à faces parallèles la formule approchée $\frac{P_1}{N_1} - \frac{P_2}{N_2} = 0$, en faisant bien

attention à la signification des différents symboles de cette formule. L'objet p_1 donne avec le dioptré D_1 une image P_2 et l'on

a: $\overline{H_1 P_2} = \overline{H_1 P_1} \frac{N_2}{N_1}$. Cette image P_2 (Fig.V.3) joue pour D_2 le

rôle d'un objet (virtuel) situé dans un milieu d'indice N_2 . L'objet virtuel P_2 donne à travers D_2 une image P' telle que: $\overline{H_2 P'} = \overline{H_2 P_2} \frac{N_1}{N_2}$ Développons cette relation :

$$\overline{H_2 H_1} + \overline{H_1 P'} = \overline{H_2 H_1} \frac{N_1}{N_2} + \overline{H_1 P_2} \frac{N_1}{N_2} \text{ soit encore : } \overline{P_1 H_1} + \overline{H_1 P'} = \overline{H_2 H_1} \frac{N_1}{N_2} - \overline{H_2 H_1} \text{ et puisque}$$

$$\overline{H_2 H_1} = -l, \quad \overline{P_1 P'} = l \left(1 - \frac{N_1}{N_2} \right) \text{ qui définit la position de l'image par rapport à celle de l'objet.}$$

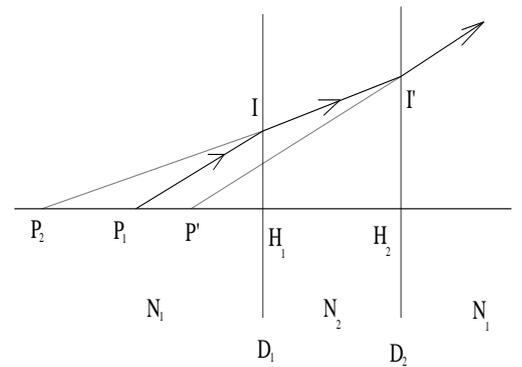


Fig.V.3

VI- PRISME

Lors du TP N°1 sur la réflexion, réfraction, nous pouvons voir la réfraction de la lumière à travers un prisme. Dans ce cours, nous définissons le prisme et ses quatre formules :

a. Définition:

Le prisme est un ensemble de deux dioptries plan non parallèles (fig.VI.1). L'angle du prisme est l'angle A du dièdre formé par les plans des deux DP, son arête est l'intersection des deux plans, sa base est la face opposée à l'arête, le plan de section principale du prisme est le plan perpendiculaire à l'arête. Nous faisons notre étude dans les conditions suivantes :

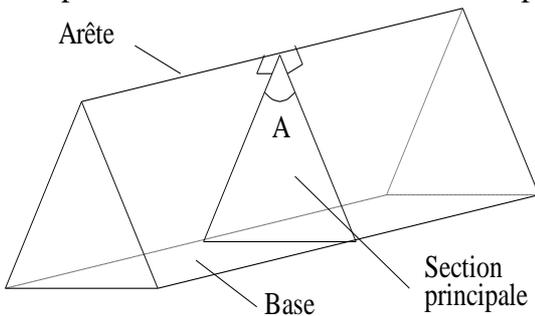


Fig.VI.1

☆ Tous les rayons sont dans un plan de section principale

☆ L'indice du prisme par rapport aux deux milieux extrêmes (supposés identiques) est $n > 1$.

☆ On travaille avec une lumière monochromatique (une seule couleur).

b. Formules du prisme:

Dans le triangle BII', l'angle extérieur : $\widehat{x\hat{B}x'} = A = r + r'$ (1)

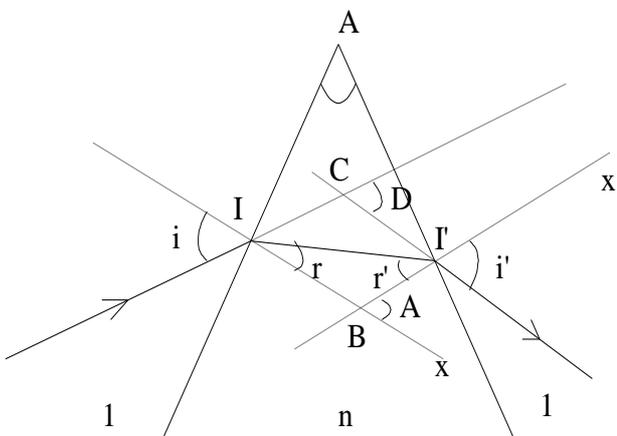


Fig.VI.2

Le triangle CII' permet de déterminer la déviation (angle entre le rayon émergent et l'incident) (fig.VI.2).

$$D = \widehat{C\hat{I}'I} + \widehat{C\hat{I}I} = (\widehat{C\hat{I}B} - \widehat{I'\hat{I}B}) + (\widehat{C\hat{I}B} - \widehat{I\hat{I}'B})$$

$$= i - r + i' - r'$$

$$\Rightarrow D = i + i' - A \quad (2)$$

En utilisant la loi de Descartes pour l'angle incident :

$$\sin i = n \sin r \quad (3)$$

Puis en utilisant la même loi pour l'angle émergent :

$$\sin r' = \frac{1}{n} \sin i' \Rightarrow \sin i' = n \sin r' \quad (4)$$

Les 4 formules citées sont les formules fondamentales du prisme. Elles viennent d'être établies dans un cas particulier de figure.

Images données par un prisme:

Le stigmatisme rigoureux se déduit de celui du dioptre plan: pour un point à l'infini et pour un point sur l'arête. Nous admettrons les conditions de stigmatisme approché qui sont les suivantes:

Pour un très proche objet: il émet un pinceau étroit au voisinage de l'arête du prisme, le pinceau moyen est dans le plan de section principale et au voisinage du minimum de déviation. Dans ces conditions l'image est à même de l'arête que l'objet et elle est de nature différente.

Pour un objet fini: la condition de stigmatisme doit être vérifiée pour tous les points de l'objet, ce qui implique entre autres que les dimensions de l'objet soient très petites par rapport à sa distance à l'arête.

VII. DIOPTRE SPHERIQUE

Nous voyons lors du TP N° 1 la réfraction à travers un dioptre sphérique. Ce cours est la bête noire des étudiants, cependant, je le présenterai d'une manière simple et les démonstrations sont vues uniquement pour le cours, vous n'êtes pas censé les reprendre. J'encadrerai les formules importantes, suivez-moi.

1. Définition:

Un dioptre sphérique (DS) est un système optique constitué de deux milieux transparents homogènes et isotropes d'indices différents séparés par une surface sphérique. Par extension, on donne ce nom à la surface de séparation elle-même.

On note :

Le point C : le centre de la surface sphérique,

Le point S : le sommet de la calotte sphérique,

La droite SC : est l'axe principal

Toute droite passant par le point C et pas par S : est l'axe secondaire

L'ouverture est le cône de sommet C dont les génératrices s'appuient sur les bords du dioptre.

2. Stigmatisme du dioptre sphérique:

Le rayon A_1I issu de A_1 se réfracte en IR semblant provenir de A_2 (Fig.VII.1). A_1S n'est pas dévié et semble provenir également de A_2 . Les angles sont définis par la figure ci-dessus. Il y a stigmatisme, si la position de A_2 est indépendante de ω .

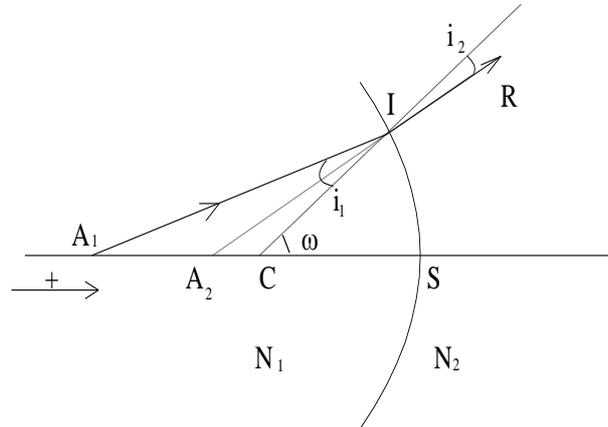


Fig.VII.1

Supposant que l'indice du milieu 2 est plus grand que celui du milieu 1. Soit $N_2 > N_1$, et

Posons : $\overline{CA_1} = x_1$; $\overline{CA_2} = x_2$; $\overline{CS} = \rho$. Dans les triangles CIA1 et CIA2 nous avons:

$$\frac{\overline{CA_1}}{\sin i_1} = \frac{\overline{IA_1}}{\sin \omega} \quad ; \quad \frac{\overline{CA_2}}{\sin i_2} = \frac{\overline{IA_2}}{\sin(\pi - \omega)}$$

D'où :

$$\frac{x_1}{\overline{IA_1} \cdot \sin i_1} = \frac{x_2}{\overline{IA_2} \cdot \sin i_2}$$

Et puisque : $N_1 \cdot \sin i_1 = N_2 \sin i_2$

$$\frac{N_1 \cdot x_1}{\overline{IA_1}} = \frac{N_2 \cdot x_2}{\overline{IA_2}} \quad [1]$$

Par ailleurs, en utilisant les propriétés des triangles, on obtient :

$$\overline{IA_1}^2 = \overline{CA_1}^2 + \overline{CI}^2 - 2 \cdot \overline{CA_1} \cdot \overline{CI} \cdot \cos \omega = x_1^2 + \rho^2 - 2\rho \cdot x_1 \cdot \cos \omega$$

$$\overline{IA_2}^2 = \overline{CA_2}^2 + \overline{CI}^2 - 2 \cdot \overline{CA_2} \cdot \overline{CI} \cdot \cos \omega = x_2^2 + \rho^2 - 2\rho \cdot x_2 \cdot \cos \omega$$

D'où en remplaçant ces deux relations dans l'équation [1], on obtient:

$$\frac{N_1 \cdot x_1}{\sqrt{x_1^2 + \rho^2 - 2\rho \cdot x_1 \cdot \cos\omega}} = \frac{N_2 \cdot x_2}{\sqrt{x_2^2 + \rho^2 - 2\rho \cdot x_2 \cdot \cos\omega}} \quad [2]$$

Cette relation montre manifestement que $x_2 = f(x_1, \omega)$ et donc quel que soit x_1 , il n'y a pas de stigmatisme rigoureux.

a. Stigmatisme rigoureux:

Élevons au carré la relation [2], puis regroupons les termes en cos, il vient :

$$N_1^2 \cdot x_1^2 (x_2^2 + \rho^2) - N_2^2 \cdot x_2^2 (x_1^2 + \rho^2) - 2 \cdot \rho \cdot x_1 \cdot x_2 (N_1^2 \cdot x_1 - N_2^2 \cdot x_2) \cos\omega = 0 \quad [3]$$

si le coefficient de $\cos\omega$ est nul ou si cette relation est vérifiée pour des valeurs particulières de x_1 et x_2 , il y a stigmatisme rigoureux dans les cas correspondants.

1ère solution:

$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 0$: Le dioptre sphérique est rigoureusement stigmatique pour son centre, l'objet et l'image sont confondus.

2ème solution:

$x_1 = x_2 = \rho$ Est aussi une solution évidente. Le dioptre sphérique est stigmatique pour son sommet; là encore objet et image sont confondus.

3ème solution:

$$N_1^2 \cdot x_1 - N_2^2 \cdot x_2 = 0 \quad \text{Soit:} \quad x_2 = x_1 \cdot \left(\frac{N_1^2}{N_2^2} \right)$$

En reportant cette équation dans la relation [3] et en simplifiant, il vient : $x_2 = \pm \frac{N_1}{N_2} \rho$ et puisque [3]

est symétrique en x_1 et x_2 coefficients de N_1 et N_2 , on a encore $x_1 = \pm \frac{N_2}{N_1} \rho$, mais la relation

$N_1^2 \cdot x_1 - N_2^2 \cdot x_2 = 0$ montre que x_1 et x_2 sont de même signe, on a donc deux possibilités seulement sur les 4 à priori:

$$x_1 = \rho \cdot \frac{N_2}{N_1} \quad \text{et} \quad x_2 = \rho \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

ou

$$x_1 = -\rho \cdot \frac{N_2}{N_1} \quad \text{et} \quad x_2 = -\rho \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

Examinons d'abord la solution correspondant au signe plus, (rappelons que $N_2 > N_1$ par hypothèse). On suppose que : $\rho > 0$.

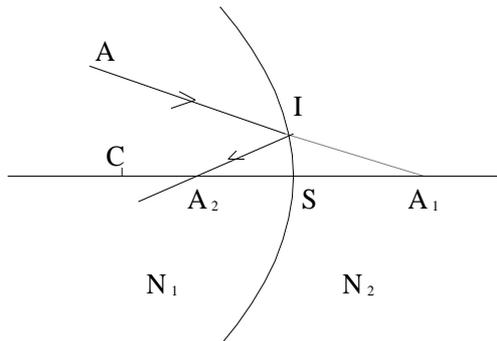


Fig.VII.2

Si $x_1 > \rho$, cela signifie que A_1 est objet virtuel produit par un rayon incident tel que A_1 (Fig.VII.2).

Si $0 < x_2 < \rho$, AI doit donner naissance à un rayon réfracté tel que IA₂, qui est dans le même milieu que le rayon incident. Ceci est absurde. Cette solution étrangère au problème physique vient de l'élévation au carré.

Envisageant maintenant la solution correspondant au signe moins. On vérifiera très facilement qu'elle convient. De plus l'image et l'objet sont de natures contraires, et comme:

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{N_1}{N_2} \right) \rho \cdot \left(-\frac{N_2}{N_1} \right) \cdot \rho = \rho^2$$

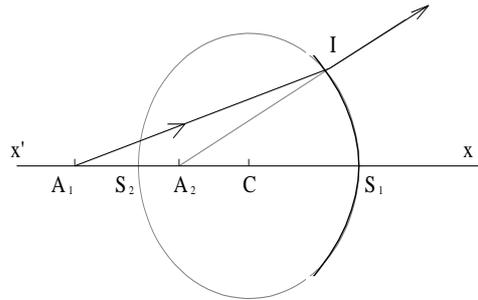


Fig.VII.3

A₁ et A₂ sont donc **conjugués harmoniques** de S₁ et S₂. On les appelle les points de Weierstrass. En fait notre raisonnement s'applique à tout diamètre (axe secondaire) et il existe donc deux sphères stigmatiques concentriques (fig.VII.3).

Remarque: On vérifiera aisément que si $\rho < 0$ ou si $N_1 > N_2$ ou les deux à la fois, on obtient les mêmes conclusions. On peut déduire de ce qui précède la construction d'une lentille rigoureusement stigmatique pour un point.

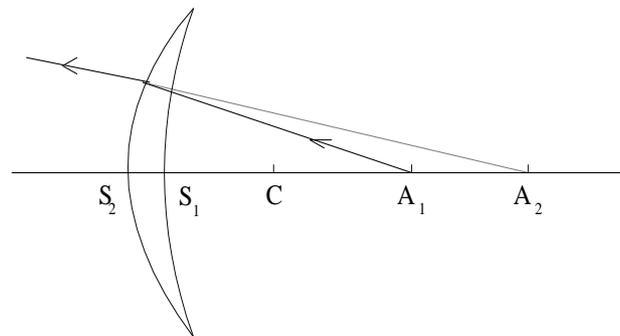


Fig.VII.4

Soit le dioptré sphérique S1 de centre A₁ et le dioptré sphérique S₂ de centre C et pour lequel A₁ est un point stigmatique (Fig.VII.4). Alors, tout rayon issu de A₁ semble provenir de A₂ conjugué de A₁. (Ceci est évident puisque tout rayon issu de A₁ traverse S₁ sans être dévié et donc arrive sur S₂ comme si S₁ n'existe pas). Cette propriété est utilisée pour la construction des objectifs de microscope.

b. Stigmatisme approché:

Le stigmatisme approché est obtenu :

- Pour les points voisins des points de Weierstrass pour lesquels le coefficient de $\cos(\omega)$ est infiniment petit.
- pour des pinceaux de rayons très étroits de telle sorte que $\cos(\omega)$ puisse être regardé comme constant pour tous les rayons du faisceau.
- approximation de Gauss: Si $\cos(\omega) \sim 1$, soit si ω est assez petit donc pour des pinceaux de faible ouverture et voisins de l'axe. Si on considère un objet de petites dimensions perpendiculaire à l'axe, dont tous les points envoient des pinceaux analogues à celui considéré ci-dessus, alors, l'image est plane et perpendiculaire à l'axe. On dit que l'on est dans le cas de l'approximation de Gauss.

Reprenons alors la relation [2] en faisant $\cos(\omega) = 1$. Il vient :

$$\frac{N_1 \cdot x_1}{x_1 - \rho} = \frac{N_2 \cdot x_2}{x_2 - \rho}$$

soit : $N_1 x_1 x_2 - N_1 x_1 \rho = N_2 x_1 x_2 - N_2 x_2 \rho$ et en divisant par $x_1 \cdot x_2 \cdot \rho$, on obtient :

$$\boxed{\frac{N_2}{x_1} - \frac{N_1}{x_2} = \frac{N_2 - N_1}{\rho}}$$

Qui est la **relation de conjugaison avec origine au centre.**

Formule avec origine au sommet:

Nous avons déjà :

$$\overline{CA_1} = x_1; \quad \overline{CA_2} = x_2; \quad \overline{CS} = \rho$$

Posons encore :

$$\overline{SA_1} = p_1; \quad \overline{SA_2} = p_2; \quad \overline{SC} = R = -\rho$$

Alors:

$$\overline{CA_1} = x_1 = \overline{CS} + \overline{SA_1} = \rho + p_1 = p_1 - R$$

$$\overline{CA_2} = x_2 = \overline{CS} + \overline{SA_2} = \rho + p_2 = p_2 - R$$

Et en remplaçant dans $\frac{N_1 \cdot x_1}{x_1 - \rho} = \frac{N_2 \cdot x_2}{x_2 - \rho}$, il vient :

$$\frac{N_1(p_1 - R)}{\underbrace{p_1 - R - \rho}_{=0}} = \frac{N_2(p_2 - R)}{\underbrace{p_2 - R - \rho}_{=0}}$$

Soit: $N_1 p_1 p_2 - N_1 p_2 R = N_2 p_1 p_2 - N_2 p_1 R$

Et en divisant par $p_1 p_2 R$:

$$\boxed{\frac{N_2}{p_2} - \frac{N_1}{p_1} = \frac{N_2 - N_1}{R}}$$

Qui est la **relation de conjugaison avec origine au sommet.**

Remarques: Si $R \rightarrow \infty$, on trouve $\frac{N_2}{p_2} - \frac{N_1}{p_1} = 0$, c'est la formule du dioptre plan pour des rayons

voisins de la normale (approximation de Gauss). Le dioptre plan est bien un dioptre sphérique dont le rayon est infini.

La formule avec origine au sommet peut s'établir directement (fig.VII.5).

Pour les rayons centraux :

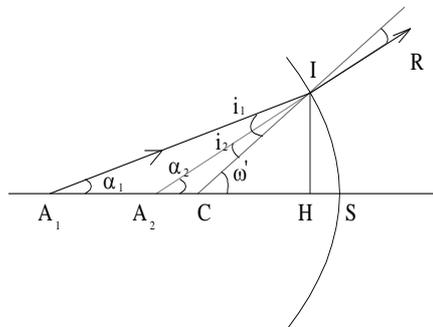


Fig.VII.5

$$N_1 i_1 = N_2 i_2$$

$$\overline{SA_1} = p_1 \approx \overline{HA_1}$$

$$\overline{SA_2} = p_2 \approx \overline{HA_2}$$

$$R \approx \overline{HC}$$

$$\omega' = i_1 + \alpha_1 = i_2 + \alpha_2 \Rightarrow N_1(\omega' - \alpha_1) = N_2(\omega' - \alpha_2)$$

$$\text{soit : } N_2 \alpha_2 - N_1 \alpha_1 = \omega'(N_2 - N_1)$$

En assimilant les angles et les tangentes

$$N_2 \cdot \frac{\overline{IH}}{\overline{HA_2}} - N_1 \frac{\overline{IH}}{\overline{HA_1}} = (N_2 - N_1) \cdot \frac{\overline{IH}}{\overline{HC}}$$

En simplifiant par IH et en utilisant les approximations données ci-dessus, on retrouve bien :

$$\boxed{\frac{N_2}{p_2} - \frac{N_1}{p_1} = \frac{(N_2 - N_1)}{R}} \quad [4]$$

3. Foyers:

a. Définition :

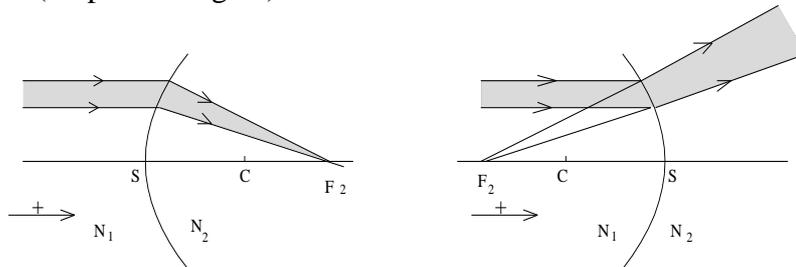
Le **foyer image** est le point image d'un **objet à l'infini**. Le **foyer objet** est le point objet dont l'**image est à l'infini**. Si le faisceau parallèle correspondant à un foyer (objet ou image) est parallèle à l'axe principal (le foyer est alors évidemment sur cet axe), ce foyer est dit principal. Si le faisceau parallèle est incliné sur l'axe, le foyer correspondant est dit secondaire.

b. Positions des foyers principaux:

Foyer image : Alors p_1 est infini, $p_2 = f_2 = \overline{SF_2}$, en remplaçant dans l'équation [4],

$$\frac{N_2}{f_2} = \frac{N_2 - N_1}{R} \quad \text{et avec} \quad \frac{N_2}{N_1} = n$$

$f_2 = \frac{n \cdot R}{n - 1}$ selon que $n > 1$ ou $n < 1$ ou selon que $R > 0$ ou $R < 0$; le foyer image est réel (dioptre convergent) ou virtuel (dioptre divergent). Les différents cas sont illustrés sur les figures ci-dessous.



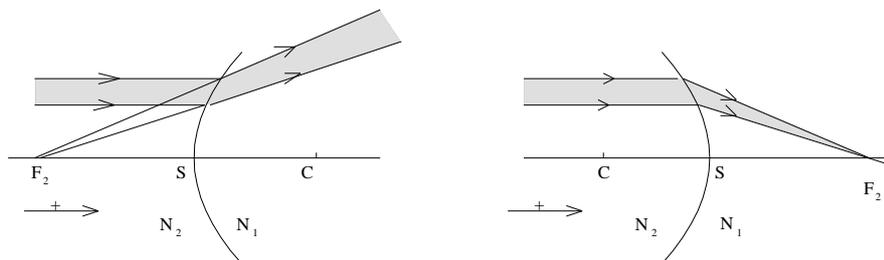
$n > 1$
 $R > 0$

F2 réel

$n < 1$
 $R < 0$

F2 virtuel

Fig.VII.6



$n < 1$
 $R > 0$

F2 virtuel

$n < 1$
 $R < 0$

F2 réel

Fig.VII.7

Foyer objet: Maintenant p_2 est infini et $p_1 = f_1 = \overline{SF_1}$ qui est la distance focale objet.

$$-\frac{N_1}{f_1} = \frac{N_2 - N_1}{R} \Rightarrow f_1 = \frac{-R}{n-1}$$

4. Construction de l'image d'un objet:

A_1B_1 étant un objet de petites dimensions perpendiculaire à l'axe principal, on déduit de ce qui précède la méthode de construction de l'image A_2B_2 . En fait, du point de vue pratique, les principes suivants sont utilisés:

- un rayon qui passe par le centre n'est pas dévié.
- un rayon parallèle à l'axe principal se réfracte en passant par le foyer (ou en semblant en provenir)
- un rayon passant par un foyer ressort du dioptre parallèlement à l'axe principal (fig.VII.8).

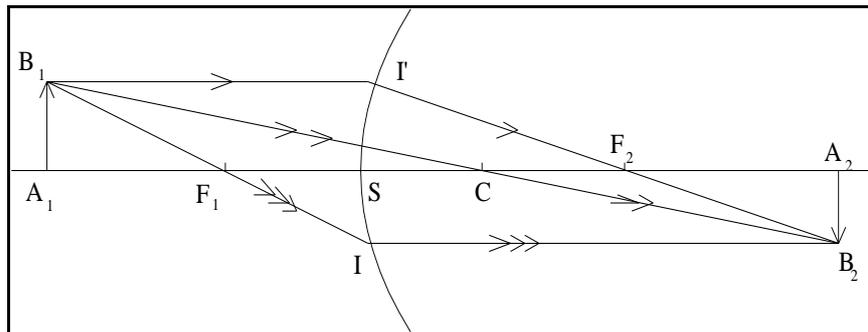


Fig.VII.8

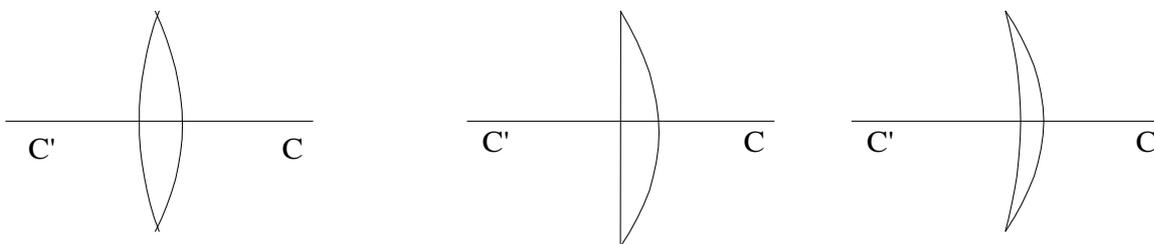
5. Grandissement: Par définition c'est : $\gamma = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{y_2}{y_1}$ Nous allons le calculer en prenant successivement origine (double) aux foyers, origine au sommet, origine au centre.

VIII. LENTILLES MINCES

Lors du TP N° 2, nous calculerons expérimentalement la distance focale d'une lentille convergente. Dans ce cours, nous établissons les formules mathématiques correspondantes.

I-a. Définitions : Une lentille est un système centré, formé de deux dioptres seulement dont l'un au moins est sphérique. On distingue des lentilles à bords minces (convergentes lorsque l'indice du matériau qui les constitue est supérieur à l'indice du milieu extérieur).

Elles se présentent sous trois formes (Fig. VIII.1):

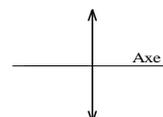


1- Lentille biconvexe

2- Lentille plan-convexe

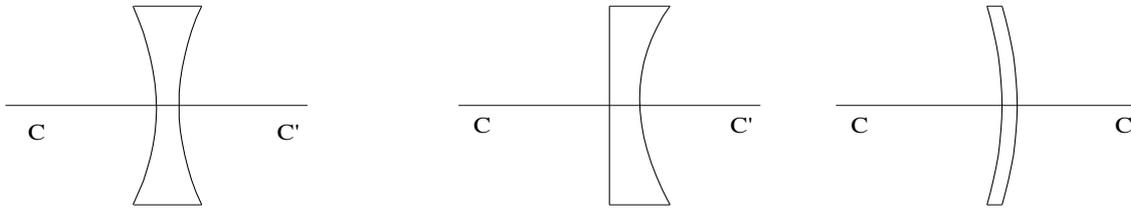
3- Ménisque convergent

Fig. VIII.1



On les représente par le schéma de la figure ci-contre

Les lentilles à bords épais ou divergentes ($n > 1$ évidemment) se présentent aussi sous trois formes :

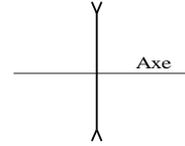


1- Lentille biconcave

2- Lentille plan-concave

3- Ménisque divergent

Fig. VIII.2



On les représente par le schéma de la figure ci-contre

La lentille est dite mince lorsque son épaisseur est négligeable par rapport aux deux rayons des dioptries. Nous étudierons dans cette partie uniquement ce type de lentilles et introduirons dans nos calculs la simplification due au fait que nous supposons les sommets des deux dioptries confondus.

b. Hypothèse de travail:

Nous supposons les deux milieux extrêmes identiques d'indice égal à 1; que l'indice de la lentille est $n > 1$; les sommets des 2 dioptries sont confondus et les conditions de l'approximation de Gauss sont satisfaites.

c. Relation de conjugaison:

Les notations sont définies sur la figure. VIII.3

S est le sommet commun des deux dioptries, soit A1 un point objet de l'axe.

Posons $\overline{SA_1} = p_1$; $\overline{SC_1} = R_1$; $\overline{SC_2} = R_2$ (rayons respectifs des deux dioptries sphériques).

Le rayon incident $\overline{A_1I}$ se réfracte selon $\overline{II'}$ sur le premier dioptre sphérique et semble provenir d'un point X, posons $\overline{SX} = x$, X est l' image de A1 pour le premier dioptre sphérique joue le rôle d'objet pour le second dioptre sphérique qui en donne une image A2. $\overline{SA_2} = p_2$, A2 est l'image donnée de A1 par la lentille.

Utilisons deux fois de suite la formule du DS avec origine au sommet (valable seulement dans le cas de l'approximation de Gauss).

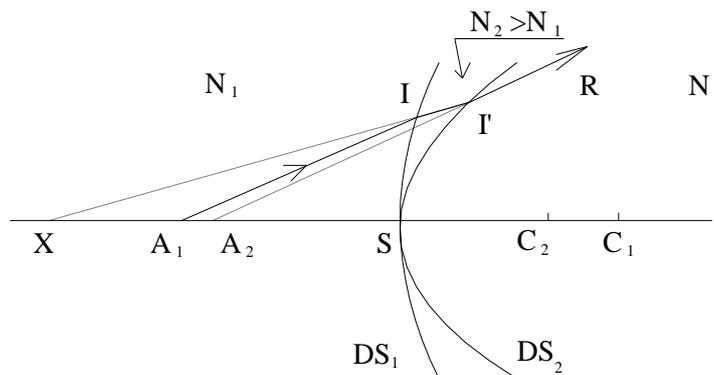


Fig. VIII.3

DS d'entrée :

$$\frac{N_2}{x} - \frac{N_1}{p_1} = \frac{N_2 - N_1}{R_1}$$

DS de sortie :

$$\frac{N_1}{p_2} - \frac{N_2}{x} = \frac{N_1 - N_2}{R_2}$$

Additionnons et divisons par N1. Comme $N_2 / N_1 = n$, il vient :

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

C'est la relation de conjugaison des lentilles minces.

d. Foyers:

Ⓜ**Foyer image** : Si l'objet est à l'infini, p_1 est infini et $p_2 = f_2$ et immédiatement on a:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Ⓜ**Foyer objet** : Cette fois, p_2 est infini et $p_1 = f_1$ et :

$$-\frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

On voit que $f_2 = -f_1$. On pose $f_2 = -f_1 = f$ qui est égale à la **distance focale** de la lentille.

On voit que dans le cas général, on a :

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f}$$

Pour une **lentille convergente**, $R_1 > 0$; $R_2 < 0$ et $f > 0$; les **foyers sont réels**; pour une **lentille divergente**, les **foyers sont virtuels**.

Les plans perpendiculaires à l'axe passant par les foyers sont appelés plans focaux.

e. Construction de l'image d'un objet:

La lentille étant constituée par deux dioptries sphériques, elle est aplanétique de la même façon que le DS et les mêmes principes sont appliqués pour construire un objet:

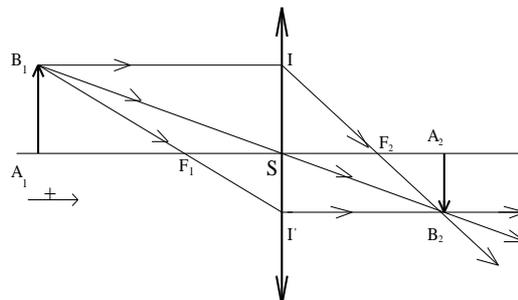


Fig. VIII.4

- ⊃ le rayon passant par le centre optique non dévié.
- ⊃ le centre optique est S sommet commun des deux DS et évidemment, la lentille ayant une épaisseur nulle en ce point, les rayons qui passent par S ne sont pas déviés.
- ⊃ le faisceau parallèle à l'axe converge vers le foyer ou semble en provenir.
- ⊃ le faisceau provenant du foyer ressort parallèlement à l'axe.

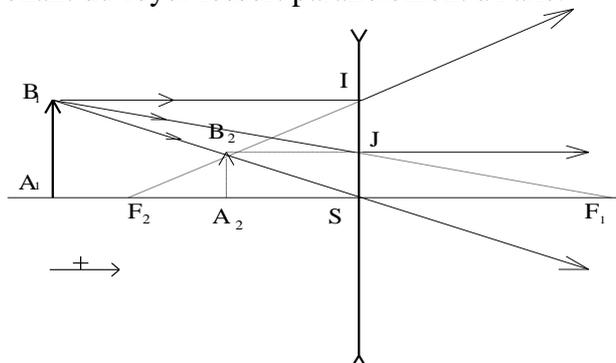


Fig. VIII.5

Les deux figures (fig.IV.17) et (fig.IV.18) indiquent la construction de l'image d'un objet réel A_1B_1 perpendiculaire à l'axe, pour une lentille convergente et pour une lentille divergente.

II. LES LENTILLES CONVERGENTES

a. Nature, position et grandeur de l'image :

La construction graphique permet d'étudier comment varie la nature, la position et la grandeur relative de l'image suivant la position de l'objet. Pour cela, il est commode de considérer un objet AB de grandeur constante, l'extrémité A étant sur l'axe. Lorsque cet objet se déplace, le point B parcourt le rayon XI ou son prolongement IX' ; son image B' se trouve à l'intersection de la droite BS avec le rayon IF' ou son prolongement (fig. VIII.6)

On distingue trois cas :

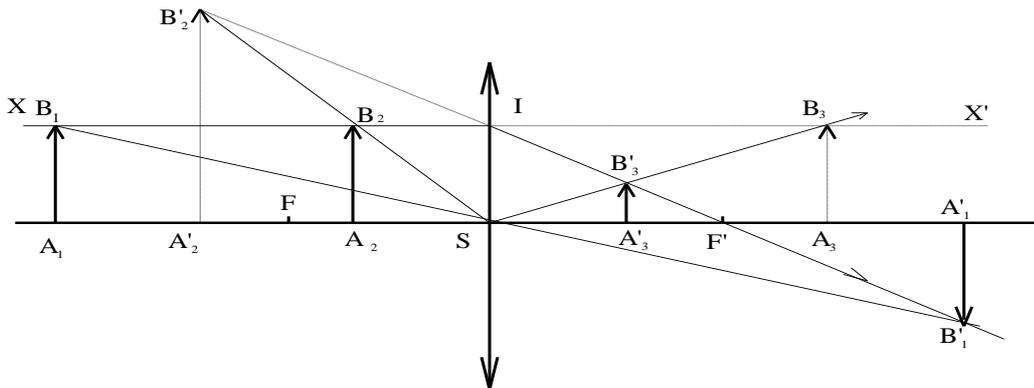


Fig. VIII.6

1. Objet réel en avant du plan focal objet :

C'est le cas déjà traité: l'objet A_1B_1 donne de $A'_1B'_1$ une **image réelle, renversée située au-delà du plan focal image** ($p_1 < 0, p_2 > 0$).

2. Objet réel entre le plan focal objet et la lentille :

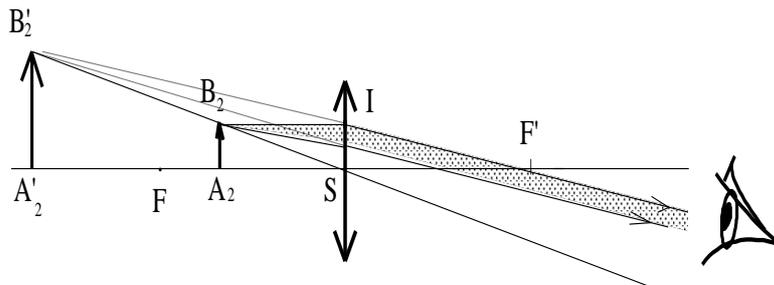


Fig. VIII.7

C'est le prolongement du rayon IF' que coupe la droite BS : de l'objet A_2B_2 on a en $A'_2B'_2$ une image virtuelle, droite, plus grande que l'objet (fig.IV.19 et fig.IV.20) ($p_1 < 0, p_2 < 0$).

Si on regarde à travers la lentille, on voit cette image virtuelle. C'est ainsi que fonctionnent les verres de presbytes et les loupes. Quand l'objet se déplace depuis le plan focal objet jusqu'à la lentille, l'image est d'abord infiniment éloignée, se rapproche et devient de moins en moins grande.

Quand l'objet est contre la lentille, l'image coïncide pratiquement avec lui.

3. Objet virtuel :

Dans ce cas, la droite SB coupe le rayon IF' entre I et F' : l'objet virtuel A_3B_3 donne en $A'_3B'_3$ une **image réelle, droite, plus petite que l'objet, située entre la lentille et son plan focal image** ($p_1 > 0, p_2 > 0$), (fig.IV.19).

Remarquons qu'il est impossible d'avoir une image virtuelle et un objet virtuel avec une lentille convergente, ou une image réelle et un objet réel avec une lentille divergente.

Le tableau suivant résume les différentes positions de l'objet et leurs images correspondantes

LENTILLES CONVERGENTES							
Objet	à ∞	réel	en F	réel	en S	virtuel	à ∞
Image	en F'	réelle renversée	à ∞	virtuelle droite	en S	réelle droite	en F'

III. LES LENTILLES DIVERGENTES

a. Nature, position et grandeur de l'image :

Considérons un objet AB de grandeur constante; le point A se trouve sur l'axe; le point B parcourt le rayon XI ou son prolongement IX'; son image B' se trouve à l'intersection de la droite BS avec le rayon IY' ou son prolongement IY qui passe par F' (fig. VIII.8).

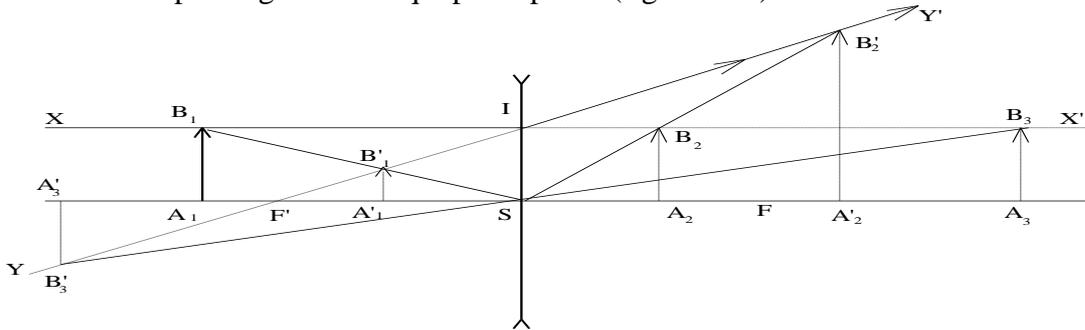


Fig. VIII.8

On distingue trois cas :

1. Objet réel :

La droite BS rencontre le prolongement du rayon IY' entre F' et I : on a donc **une image virtuelle, droite**, plus petite que l'objet, située entre le plan focal image et la lentille ($p_1 < 0, p_2 < 0$).

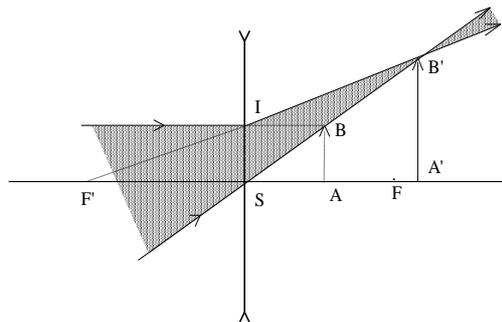


Fig. VIII.9

2. Objet virtuel entre la lentille et le plan focal objet :

La droite SB coupe le rayon IY' : on a une **image réelle, droite**, plus grande que l'objet $p_1 > 0, p_2 > 0$ (fig.VIII.10)

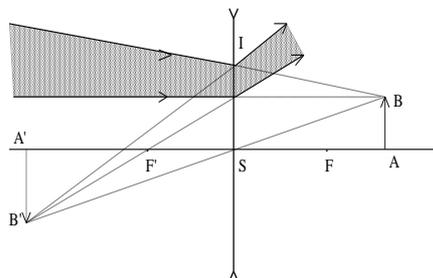


Fig. VIII.10

3. Objet virtuel au-delà du plan focal objet

La droite SB coupe le prolongement du rayon IY' au-delà de F' : on obtient une **image virtuelle, renversée**, située au-delà du plan focal image ($p_1 > 0, p_2 < 0$), (fig.IV.24).

Le tableau suivant résume les différentes positions des objets et leurs images correspondantes.

LENTILLES DIVERGENTES							
Objet	à ∞	réel	en S	virtuel	en F	virtuel	à ∞
Image	en F'	virtuelle droite	en S	réelle droite	à ∞	virtuelle renversée	en F'

c. Emplois des lentilles divergentes :

Les lentilles divergentes sont beaucoup moins utilisées que les convergentes; signalons leur emploi pour la myopie. On en trouve aussi dans certains instruments d'optique, notamment la lunette de Galilée et le téléobjectif.

IV. LA VERGENCE (ou CONVERGENCE)

1. La vergence :

Une lentille convergente qui reçoit un faisceau de rayons parallèles à son axe le transforme en un faisceau qui va converger au foyer-image; plus la distance focale est courte, plus le faisceau émergent converge rapidement et plus la lentille est convergente (fig.IV.26)

La vergence d'une lentille est l'inverse de sa distance focale :

$$V = \frac{1}{f}$$

Le **signe** de la vergence est celui de la distance focale:

- une lentille convergente a une **vergence positive**, ou convergence, $V > 0$;
- une lentille divergente a une **vergence négative**, ou divergence, $V < 0$.

L'**unité** de la vergence est la **Dioptrie**, de symbole δ .

Pour obtenir la vergence en dioptrie, il faut exprimer les longueurs en **mètres**.

$$V (\text{dioptries}) = \frac{1}{f (\text{mètres})}$$

IX- L'OEIL HUMAIN ET LA VISION

1-Anatomie de l'œil:

L'œil est une **sphère creuse** d'environ 24 mm de diamètre. Il est formé d'une coque blanche, relativement dure, la sclérotique, tapissée à l'intérieur d'une couche contenant de nombreux vaisseaux (**la choroïde**) et d'un "film" sensible (**la rétine**). Ce dernier est formé de deux couches normalement adhérentes: l'épithélium pigmentaire et la couche sensorielle; la séparation pathologique de ces deux couches est appelée décollement de rétine.

* A la partie antérieure de l'œil se trouve un hublot transparent : **la cornée**.

* A l'intérieur de l'œil, il y a deux liquides parfaitement limpides:

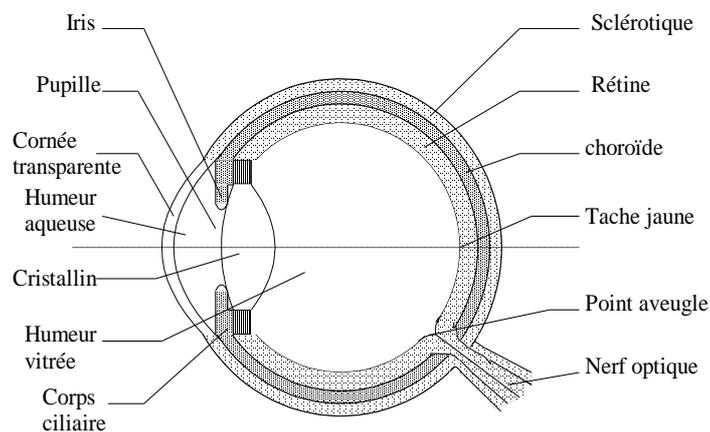


Fig.IX.1. Coupe d'un œil droit

- en avant, l'humeur aqueuse, très fluide, en arrière, le corps vitré, très visqueux, la cornée transparente (indice 1,37); l'humeur aqueuse (indice 1,33), le cristallin (indice variant de 1,36 à la périphérie à 1,42 pour le noyau central); l'humeur vitrée (indice 1,33).

Ces deux liquides sont séparés par l'iris, diaphragme opaque dont la pigmentation détermine la couleur des yeux et dont le diamètre de l'ouverture centrale, la pupille, varie avec l'intensité lumineuse.

* Immédiatement derrière la pupille se trouve une lentille biconvexe, transparente:

le cristallin, de 9 mm de diamètre et de 4 à 6 mm d'épaisseur. L'humeur aqueuse, sécrétée par le corps ciliaire, sorte de frange entourant le cristallin, passe dans la chambre antérieure de l'œil : elle est évacuée au niveau de l'angle formé par la cornée et l'iris; l'augmentation de la sécrétion de l'humeur aqueuse ou la fermeture de l'angle sont les causes du glaucome.

L'œil forme donc un système optique qui comprend d'avant en arrière : la cornée, l'humeur aqueuse, le diaphragme irien, la lentille cristallinienne et le corps vitré. Les images des objets traversent ce système optique et viennent se former sur la rétine dont la partie située dans l'axe optique, la fovéa ou tache jaune, est très sensible.

* Si l'œil est trop grand, les images se forment en avant de la rétine: c'est **la myopie**;

* Si l'œil est trop petit, les images se forment en arrière de la rétine: c'est l'**hypermétropie**.

* La cornée a normalement la forme d'une calotte sphérique; si elle est déformée, c'est l'**astigmatisme**.

* Enfin, en vision de près, l'œil accommode, c'est à dire qu'un petit muscle situé derrière l'iris, le muscle ciliaire, en se contractant modifie la courbure du cristallin en augmentant sa puissance pour que les images continuent à se former sur la rétine. Entre 40 et 50 ans, ce système de " focalisation automatique " cesse progressivement de fonctionner et doit être complété par des verres convergents : c'est la **presbytie**. On voit par la description ci-dessus, que la constitution de l'œil est relativement complexe. Pour simplifier son étude optique, nous le remplacerons par l'œil réduit.

2. Réduction à une lentille mince:

L'œil étant un système convergent, on peut concevoir son remplacement par une lentille convergente mince située dans l'air. La rétine est alors considérée comme coïncidant avec le plan focal image de la lentille. Le centre optique de cette lentille est le centre optique de l'œil (fig. IX.2).

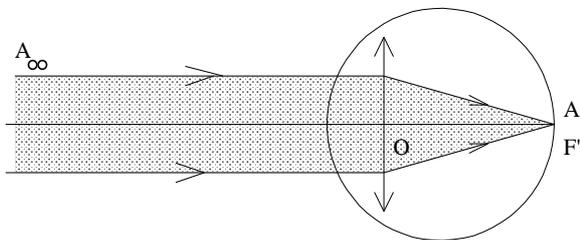


Fig.IX.2. Œil normal au repos.

Vision nette des objets infiniment éloignés.

On adopte pour un œil normal au repos une distance focale de 15 mm pour la lentille unique et on la place à 5 mm derrière la cornée. C'est ce schéma simplifié qui constitue une forme d'œil réduit. Cette conception ne fait intervenir qu'une seule distance focale, elle est donc plus simple que la précédente. C'est celle qui est conseillée pour la résolution des problèmes.

3. Fonction sensorielle: la vision

La vision est une fonction sensorielle qui comprend: la perception des images par les yeux, leur transmission par les voies optiques et leur interprétation par le cortex cérébral occipital.

Au niveau du cortex se produit l'interprétation et la fusion des images venues de l'œil droit et de l'œil gauche.

⊗ **La vision monoculaire** est centrale et périphérique. La perception des images est très différente dans la partie centrale et dans la périphérie de la rétine.

★ La périphérie rétinienne perçoit des images floues, mais explore l'espace environnant sur 160° : c'est le champ visuel.

★ La partie centrale de la rétine dite maculaire, centrée par la fovéa ou tache jaune, très différenciée, perçoit les détails, c'est elle qui donne l'acuité visuelle.

Dans la vie courante les objets sont perçus par la périphérie rétinienne: cela déclenche un mouvement automatico- réflexe de la tête et des yeux, qui centre l'objet sur la fovéa; celui-ci est alors vu net.

⊗ **La vision binoculaire:** un système de régulation neuromusculaire, complexe, synchronise les mouvements oculaires de telle sorte que les images d'un même objet se forment sur les deux fovéa, mais sous un angle différent. Le cerveau fusionne ces images en donnant la sensation de relief.

⊗ **La vision des couleurs:** les cellules sensorielles de la rétine, surtout centrales, perçoivent les couleurs en raison de leur sensibilité aux différences de longueur d'ondes.

⊗ **La vision diurne et nocturne:** Les possibilités d'adaptation de la vision à l'obscurité sont dues à des phénomènes physiques et chimiques qui surviennent dans les cellules sensorielles de la rétine.

4. Mécanisme de la vision:

L'œil réduit à une lentille mince doit satisfaire à la formule de conjugaison :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

comme p' est constant, il faut donc que f varie pour que les images se forment nettement sur la rétine quel que soit p . Les ligaments suspenseurs permettent au cristallin de devenir plus ou moins convergent en agissant sur la courbure de ses couches périphériques antérieures qui sont souples. L'œil peut ainsi s'accommoder de la distance variable des objets. On dit qu'il **accommode** (fig.V.4).

Le pouvoir d'accommodation varie avec l'âge. Un adolescent peut voir nettement un objet à 15 cm de l'œil, un adulte à 25 cm de l'œil. Cette position extrême est le **punctum proximum** (PP).

L'œil perd ensuite progressivement la faculté d'accommodation et devient presbyte. Quant à la distance maximale de vision distincte, elle est normalement infinie. Dans certaines anomalies de la vision cependant, les objets deviennent flous au-delà d'une certaine limite, le **punctum remotum** (PR), qui se trouve trop rapproché de l'œil. Dans d'autres anomalies nous verrons qu'il peut être virtuel.

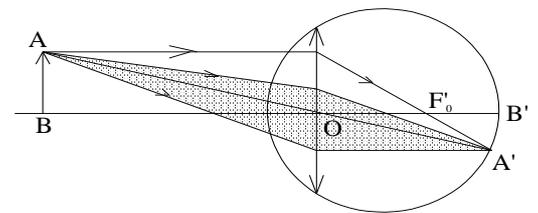


Fig. IX.3. Œil accommodant
Vision nette d'un objet rapproché.

Les conventions usuelles sont :

- distance de l'œil au PP : δ
- distance de l'œil au PR : Δ
- parcours de vision nette : $\Delta - \delta$,
(fig.V.5) ;

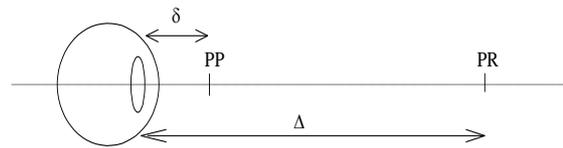


Fig. IX.4

- amplitude dioptrique d'accommodation : $\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\Delta}$;

Cette amplitude est d'environ 4 dioptries pour un œil normal ($\frac{1}{0,25} - \frac{1}{\infty}$).

5. Les amétropies de l'œil ou anomalies de la vision:

Les amétropies constituent les défauts de la vision. C'est la position du punctum proximum (PP) et du punctum remotum (PR) qui caractérise un œil. Nous schématisons (Fig.IX.5) les trois anomalies les plus courantes de la vision comparativement à un œil emmétrope.

a. Myopie

La myopie est un défaut optique fréquent caractérisé par un PP très proche (les myopes lisent le nez sur leur livre) et par l'impossibilité de voir nettement les objets éloignés (à partir de quelques mètres en général). L'image de ces objets "lointains" se forment en avant du plan rétinien, ce qui donne une image floue sur la rétine (fig.V.7), (au point A de l'objet correspond sur la rétine une petite tache aa').

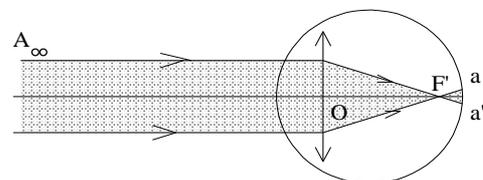


Fig.IX.5 Œil myope au repos.
Vision floue d'un objet infiniment éloigné.

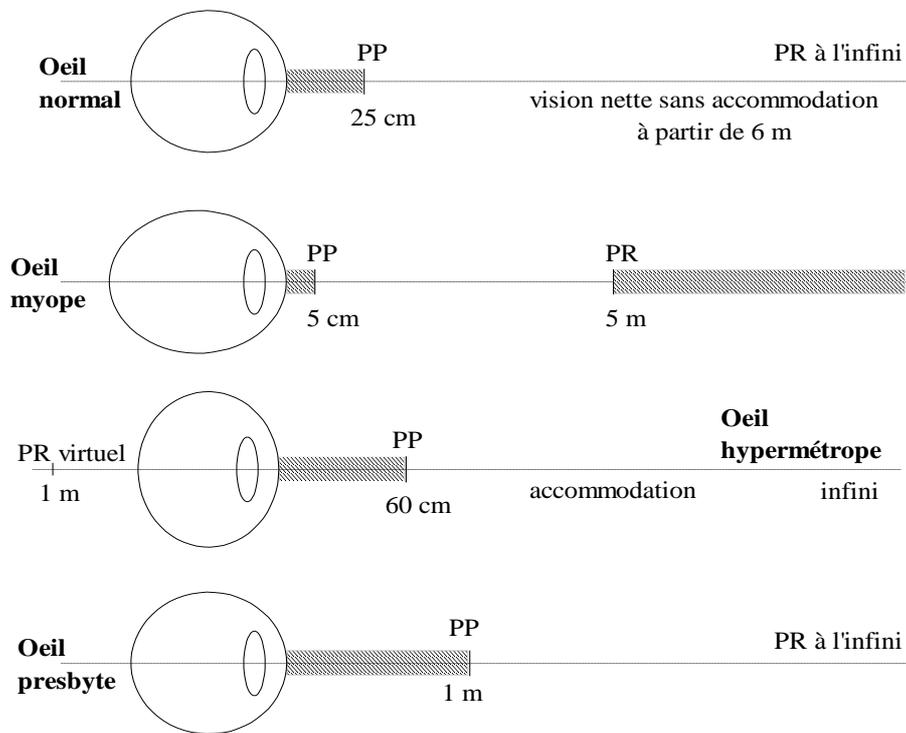


Fig.IX.6. comparaison des différents types d'yeux

Le myope voit sans accommoder les objets AB placés à la distance maximale de vision distincte PR. Leur image se forme sur la rétine (Fig.IX.6). La myopie est un **excès de vergence de l'œil**, dû, soit à l'augmentation de l'indice de réfraction du cristallin, soit à l'exagération de la courbure cornéenne, soit le plus souvent à l'allongement de l'axe antéro-postérieur de l'œil.

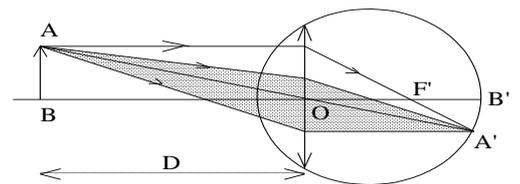


Fig.IX.7 Œil myope au repos
Vision nette d'un objet au PR.

Correction de la myopie:

La myopie se corrige par des verres ou des lentilles cornéennes divergentes. Pour que l'œil n'accommode pas, il faut que les rayons parallèles semblent venir du PR; ce sera donc le foyer des verres correcteurs (Fig.IX.7). L'œil myope muni de son verre correcteur est équivalent à un œil normal; en accommodant, il peut voir des objets plus rapprochés; mais pour examiner les détails un myope a intérêt à enlever ses lunettes. On peut noter que le myope souffre en général moins ou plus tardivement de la presbytie c'est à dire perd au moins partiellement la faculté d'accommoder.

Traitement de la myopie

La myopie vraie ou axiale qui apparaît rarement avant cinq ans, peut augmenter pendant la croissance de l'enfant et l'adolescent, et se stabilise en général vers 20, 25 ans. La myopie forte peut provoquer des lésions dégénératrices de la choroïde et de la rétine, surtout périphériques, visibles aux verres à trois miroirs après dilatation pupillaire, elle nécessite parfois des photo-coagulations au laser afin d'éviter un décollement de rétine. La myopie d'indice apparaît chez le sujet âgé, elle est due à une opacification des milieux transparents de l'œil et tout particulièrement du cristallin. Chez l'adulte jeune, la

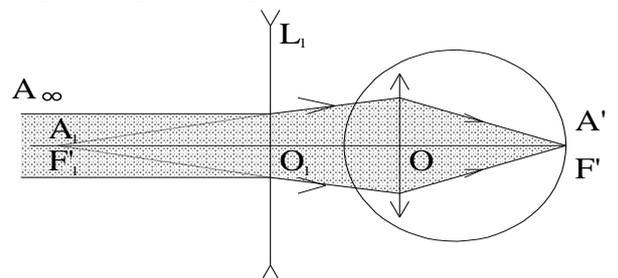


Fig.IX.8 œil myope corrigé
vision nette d'un objet infiniment éloigné.

chirurgie peut être envisagée : La kératotomie radiaire permet de corriger la myopie jusqu'à six dioptries; elle consiste à modifier la puissance réfractive de la cornée par des incisions radiaires profondes qui épargne la zone centrale.

b. La presbytie :

C'est une diminution de la faculté d'accommoder; elle vient en général avec l'âge. Le pouvoir d'accommodation décline et peut même disparaître complètement.

L'étude physiologique de l'œil des personnes âgées prouve que leur presbytie provient des causes suivantes:

- la faiblesse des procès ciliaires qui n'ont plus la force de faire varier la focale du cristallin en agissant sur sa courbure.
- le manque de souplesse du cristallin dont le contenu, sorte de gelée plastique, s'est durci.
- le cristallin est devenu avec l'âge trop gros pour répondre aux contraintes des muscles ciliaires.

Correction de la presbytie:

Pour que l'oeil puisse voir de près, il faut porter des verres ou des lentilles cornéennes convergentes (fig.V.10). Mais alors que l'hypermétrope a besoin de ses lunettes pour toutes les distances, le presbyte doit les enlever pour les objets éloignés.

c. L'hypermétropie:

L'hypermétropie est l'anomalie inverse de la myopie; L'œil hypermétrope n'est pas assez convergent. L'œil ne peut voir nettement en deçà de 60 cm dans le cas considéré (fig.V.6). Même pour des objets éloignés l'œil doit accommoder.

On peut dire que l'œil hypermétrope est un œil dont l'axe antéro-postérieur est trop court, que le cristallin n'est pas assez bombé ou que la courbure de la cornée n'est pas suffisamment accentuée.

Il est assez difficile d'imaginer la position du PR pour l'œil hypermétrope. Les rayons parallèles convergent après réfraction derrière la rétine (fig.V.11). Ce seront des rayons déjà convergents vers le PR qui pourront converger sur la rétine. Le PR est ainsi virtuel.

L'hypermétropie est un défaut de conformation de l'œil et ses effets se font sentir dès le jeune âge.

Correction de l'hypermétropie:

Il faut, que sans accommoder, les rayons venant des points éloignés semblent provenir du PR. On prendra donc des verres ou des lentilles cornéennes convergentes dont le foyer image sera au PR.

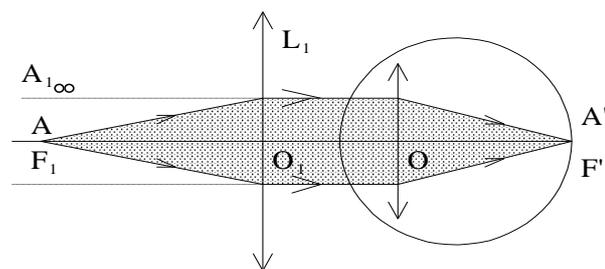


Fig.IX.9 La lentille L1 permet à l'œil Presbyte la vision nette de l'objet rapproché A.

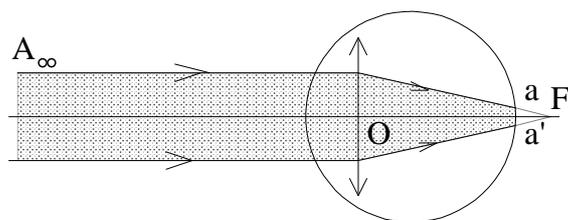


Fig.IX.10 Œil hypermétrope au repos. Vision floue d'un objet infiniment éloigné.