GRANDEURS PHYSIQUES ET ÉQUATIONS AUX DIMENSIONS

Mme H.ALLOUACHE

INTRODUCTION

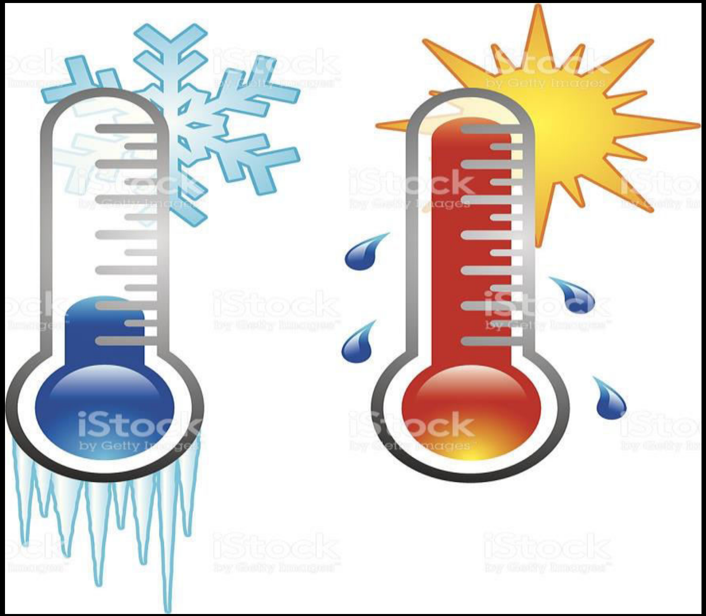
La physique est une science basée sur l'observation des phénomènes physiques ; elle a pour but de décrire ces phénomènes et étudier leurs propriétés.

Décrire la matière dans son espace, leurs propriétés et leurs comportements

Les propriétés mesurables sont nommées GRANDEURS PHYSIQUES.

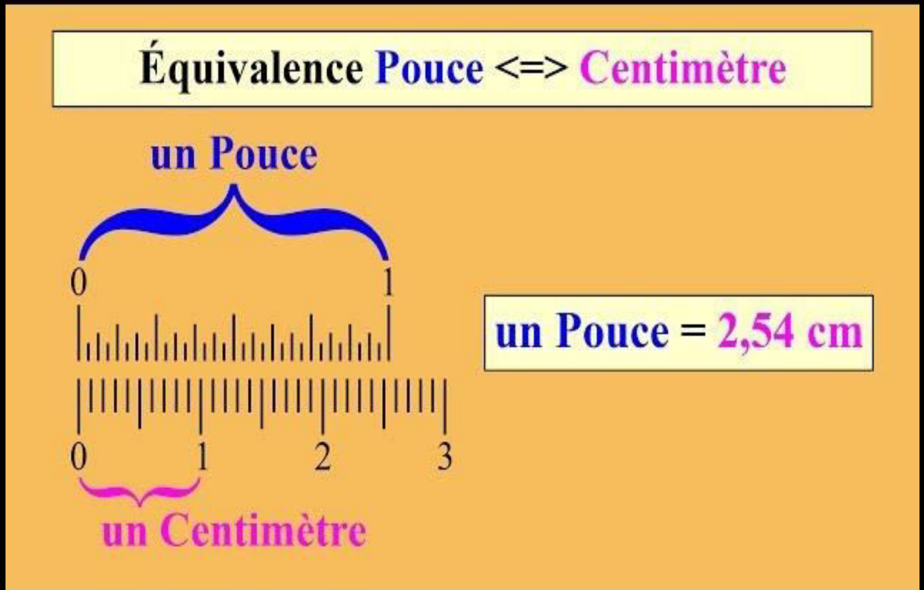
GRANDEUR PHYSIQUE

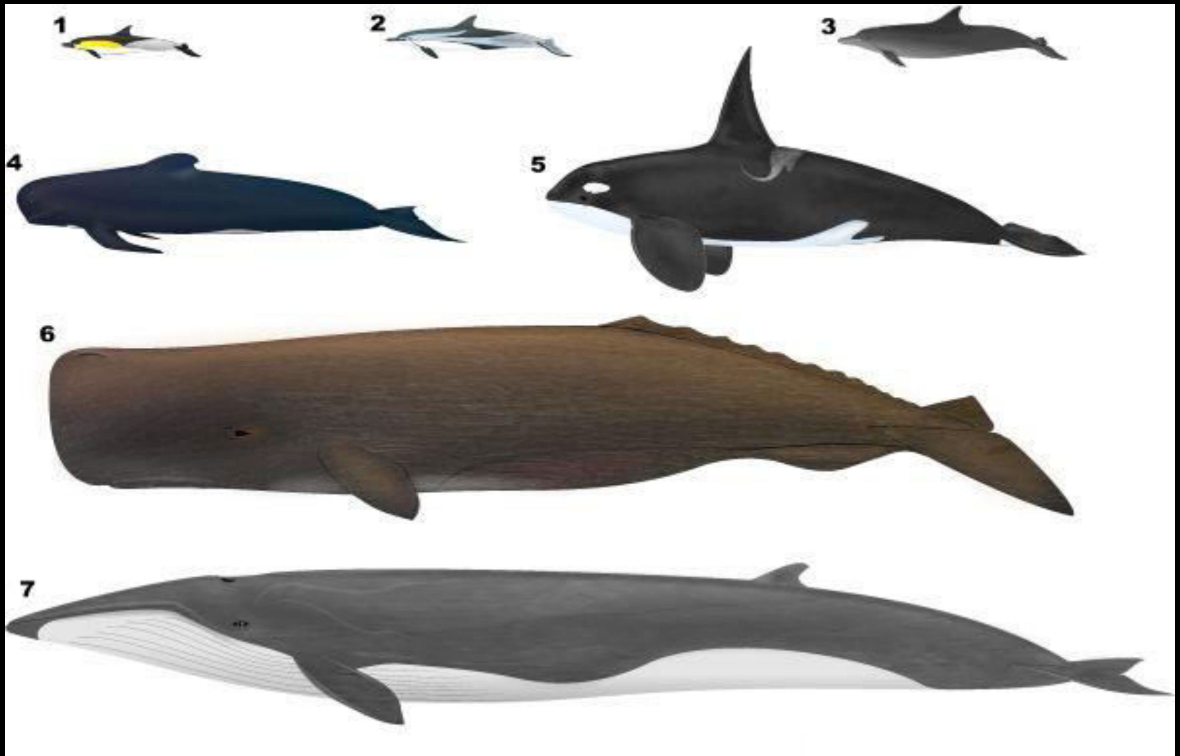
Une caractéristique d'un objet que l'on peut mesurer(quantifier), ou même toute propriété mesurable
Ex: La longueur, La masse, la température,…



LA MESURE DE LA GRANDEUR

S'obtient donc par la comparaison entre deux grandeurs physiques de même nature dont l'une est choisie comme unité.





REMARQUE

À chaque grandeur physique correspond une unité et l'ensemble des unités est regroupé dans un système universel:

- Le système international SI (MKSA)
- Le système (CGS)

LE SYSTÈME INTERNATIONAL

- Mis en place par la 11^{e} Conférence Générale des Poids et Mesures en 1960 (CGPM)
- Le SI est fondé sur un choix de sept unités de base:
    1. le mètre m,
    2. le kilogramme kg,
    3. la seconde s,
    4. l'ampère A,
    5. le kelvin K,
    6. la mole mol,
    7. la candela cd.

LES MULTIPLES ET LES SOUS-MULTIPLES DES UNITÉS DE MESURE

- Les unités dérivées sont formées en combinant les unités de base d'après les relations algébriques correspondantes.

Les sous-multiples et les multiples des unités de mesure

$1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$	téra	T
$1\,000\,000\,000 = 10^{9}$	giga	G
$1\,000\,000 = 10^{6}$	méga	M
$1\,000 = 10^{3}$	kilo	k
$100 = 10^{2}$	hecto	h
$10 = 10^{1}$	déca	da
$1 = 10^{0}$	unité	
$0{,}1 = 10^{-1}$	déci	d
$0{,}01 = 10^{-2}$	centi	c
$0{,}001 = 10^{-3}$	milli	m
$0{,}000\,001 = 10^{-6}$	micro	µ
$0{,}000\,000\,001 = 10^{-9}$	nano	n
$0{,}000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$	pico	p
$0{,}000\,000\,000\,000\,001 = 10^{-15}$	femto	f

NOTATION D'UNE GRANDEUR X

- On note $[X]$ la dimension de la grandeur X

Par exemple: l'unité d'une masse est le kilogramme sa dimension est M on écrit:

$$\mathrm{dim}[\mathrm{m}]=[m]=\mathrm{M}$$

EQUATION AUX DIMENSIONS D’UNE GRANDEUR

$$dim.X = [X] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta} \theta^{\varepsilon} N^{\varphi} J^{\omega}$$

D’où L,M,T,I,θ, N, J sont les dimensions de bases;

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \omega$ nombres naturelles (0,1,2,….) lettres de L'alphabet grec

α (alpha), β (bêta), γ (gamma), δ (delta), ε (epsilon), ζ (dzêta), η (êta), θ (thêta), ι (iota), κ (kappa), λ (lambda), μ (mu), ν (nu), ξ (ksi), ο (omicron), π (pi), ρ (rhô), σ (sigma), τ (tau), υ (upsilon), ϕ (phi), χ (khi), ψ (psi) et ω (oméga)

TABLEAU DES UNITÉS FONDAMENTALES ET LEURS DIMENSIONS

Grandeur	Nom	Symbole (SI)	Symbole (CGS)	Dimension
Longueur	mètre	m	Cm	L
Masse	kilogramme	kg	G	M
Temps	seconde	s	S	T
Intensité de courant électrique	ampère	A	A	*I*
Température thermodynamique	kelvin	K	K	θ
Quantité de matière	mole	mol	Mol	N
Intensité lumineuse	candela	cd	cd	J

RÈGLES

- On ne peut additionner que les termes ayant la même dimension.
- Dans une fonction trigonométrique (sinus, cosinus, tangente …),le nombre est forcement sans dimension.
- La dimension d'un produit de deux grandeurs est égal au produit de leurs dimensions$[A \times B] = [A] \times [B]$
- La dimension de G^n est la dimension de G puissance n (n sans dimension). $[G^n] = [G]^n$.
- $\left[\frac{dA}{dx}\right] = \frac{[A]}{[x]}$

REMARQUES:

La notion dimension est plus générale que la notion unité et ne suppose aucun choix particulier de système d'unités. Une grandeur ayant la dimension d'une longueur peut s'exprimer en mètre, en centimètre, en kilomètre, en pouce, en pied, en mile ou en yard.

Quelle que soit le système d'unité utilisé on doit avoir toujours la même dimension.

Certaines unités peuvent être remplacées par des noms de personnes et des symboles spéciaux .

Le yard est l'étalon anglais officiel de mesure de longueur. Il est divisible en 3 pieds ou en 36 pouces . Par ailleurs, un mile se compose de 1 760 yards. En 1959, il fut défini par rapport au système métrique : 1 yard = 0,9144 mètre, avec 1 square yard = 0,83612736 mètre carré.

GRANDEURS DÉRIVÉES:

SURFACE

- La surface étant le produit de deux longueurs

→ Sa dimension $[S]=L^2$

→ Son unité $\begin{cases} SI: m^2 \\ CGS: cm^2 \end{cases}$

LE VOLUME

- Produit d'une surface par une longueur:

$$\Rightarrow \quad [V] = L^3$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} SI: m^3 \\ CGS: cm^3 \end{cases}$$

LA FRÉQUENCE

- Nombre d'évènements (de périodes pour un signal périodique) par seconde (f=$\frac{1}{t}$)

$$[f] = T^{-1}$$

LA VITESSE

- Distance parcourue par unité de temps (vitesse moyenne), ou limite de la distance parcourue dans un petit intervalle de temps lorsque ce dernier tend vers zéro (v=$\frac{dx}{dt}$).

$$[v] = LT^{-1} \quad \begin{cases} SI: m.s^{-1} \\ CGS: cm.s^{-1} \end{cases}$$

L'ACCÉLÉRATION

- Variation (accroissement ou diminution) de la vitesse par unité de temps $a = \frac{dv}{dt}$

$$[a] = LT^{-2}$$

LA FORCE

- La masse ×L'accélération

$$[F] = MLT^{-2} \qquad \begin{cases} SI: kg.m.s^{-2} = 1N \\ CGS: g.cm.s^{-2} = 1Dy \end{cases}$$

- Unité: le newton (N) force qui accélère une masse de 1 kg de 1m. s^{-2}

LA PRESSION

- Force appliquée par unité de surface $p = \frac{F}{S}$

$$[p] = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

- Unité(SI): le pascale (Pa) $1Pa = 1N/m^2$

L'ÉNERGIE OU LE TRAVAIL

- Force ×déplacement $E = F \times L$

$$[E] = MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$$

- Unité le Joule. Energie produite par une force (constante) de 1N qui déplace son point d'application de 1m.;

LA PUISSANCE

- L'énergie fournie par unité de temps $Pu = \frac{E}{t}$

$$[Pu] = \frac{ML^2T^{-2}}{T} = ML^2T^{-3}$$

- L'unité de puissance est le Watt qui vaut 1Joule par seconde

MASSE VOLUMIQUE ET DENSITÉ D'UN LIQUIDE

- Masse volumique $[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = ML^{-3}$
- Densité d'un liquide $[d] = \frac{[\rho_{liquide}]}{[\rho_{eau}]} = 1$

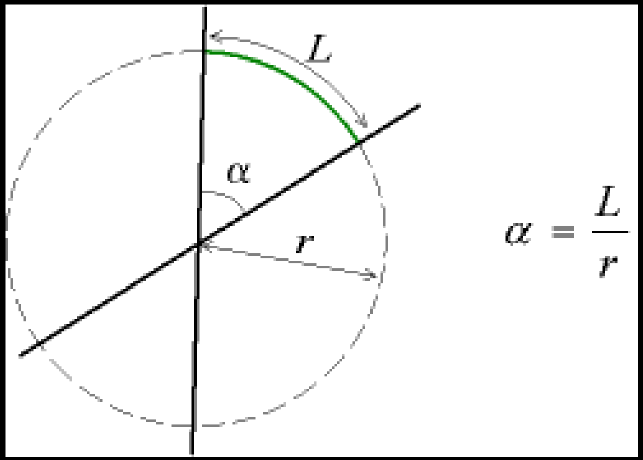
→ La densité est une grandeur sans dimension.

REMARQUE:

- Une grandeur sans dimension peut cependant avoir une unité.

Exemple: L'unité d'un angle α dans le SI $\rightarrow$ $Radian$

$$[\alpha] = \frac{[\hat{L}]}{[r]} = 1$$



UTILISATION DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE

- Tester l'homogénéité d'une expression.
- Une équation est homogène lorsque ses deux membres ont la même dimension. $A = b \Rrightarrow [A] = [B]$
- Une expression non homogène est nécessairement fausse. $[A] \neq [B] \Rrightarrow A \neq B$
- Donc on peut permettre d'éliminer les résultats faux mais on peut pas confirmer qu'une expression est nécessairement juste .

EXEMPLE

- La relation d'Einstein $\boldsymbol{E = mc^2}$
- $[E] = [mc^2] = ML^2T^{-2}$ $\longrightarrow$ équation homogène

- $E = mc^5$ $[E] = ML^2T^2$ et $[mc^5] = ML^5T^{-5}$

équation non homogène $\longleftrightarrow$ équation nécessairement fausse

- Si on met $E = \frac{1}{3}mc^2$ équation homogène mais fausse.

Attention: une équation homogène n'est pas nécessairement juste.

EXEMPLE1:

Ecrire les équations aux dimensions des grandeurs physiques suivantes : l'énergie (Joule), la force (Newton) et la pression (Pascal) et Relier leurs unités aux unités de base du système international.

- Quelle est l'unité, dans le système international, de la constante des gaz parfait R ?
- Même question avec la permittivité diélectrique du vide ε_0.
- Montrer que le produit d'une pression par un volume est homogène à une énergie.

$$[\mathrm{R}] = \mathrm{ML}^2 T^{-2} \theta^{-1} \mathrm{N}^{-1} \qquad [\varepsilon_0] = \mathrm{M}^{-1}\mathrm{L}^{-3}\mathrm{T}^{+4}\mathrm{I}^{+2}$$

EXMPLE2:

- Les grandeurs suivantes sont –elles dimensionnellement indépendantes ?

1. Une longueur L, un temps T et une vitesse v.
2. Une énergie E, une masse m et une vitesse v.
3. Une énergie E, une masse m et une longueur L.

EXEMPLE3 :

Un étudiant à mauvaise mémoire mais astucieux, ne se souvient plus très bien de la relation d'Einstein d'équivalence masse – énergie. Il se souvient cependant qu'elle est de la forme $E = m^a c^b$ où E est une énergie, m une masse et c la vitesse de la lumière dans le vide. Calculer *a* et *b* grâce à l'analyse dimensionnelle.

EXEMPLE4 :

L'expérience montre que la force subie par une sphère immergée dans un fluide en mouvement, dépend du rayon r de cette sphère, du coefficient de viscosité μ et de sa vitesse relative v. Trouver l'expression de cette force en la supposant de la forme :$F = k\mu^{\alpha} r^{\beta} V^{\omega}$,

k est une constante sans dimension et $[\mu] = L^{-1}\, MT^{-1}$

$$\boldsymbol{\alpha = \beta = \omega = 1}$$

EXEMPLE5 :

- Sachant que, d’une part le Newton (N) et la dyne (Dy) sont les unités de poids dans les deux systèmes SI et CGS respectivement, d’autre part, le pascal (Pa) et le barye (Ba) sont les unités de pression en SI et en CG. Déterminer les grandeurs x et y entre ces grandeurs (1N=xDy, 1Pa=yBa).

$$x = 10^5 \qquad y = 10$$

EXEMPLE6 :

- On fait une expérience qui montre que le poids d'un objet est proportionnel à son volume c.a.d $p=kV$. Déterminer la dimension et l'unité de k.

INDIQUEZ LA OU LES BONNES RÉPONSES:

- L'unité de la pression dans le système international est:
  - A. $ML^{-1}T^{-2}$.
  - B. $kg.m^{-1}.s^{-2}$.
  - C. $N.m^{-2}$.
  - D. $J.m^{-3}$.
  - E. Pa.

B,C,D,E.

INDIQUEZ LA OU LES BONNES RÉPONSES:

- L'unité de base de la pression dans le système international est:

  A. $ML^{-1}T^{-2}$.

  B. $kg.m^{-1}.s^{-2}$.

  C. $N.m^{-2}$.

  D. $J.m^{-3}$.

  E. Pa.

B.

INDIQUEZ LA OU LES BONNES RÉPONSES:

- L'unité de la pression dans le système CGS est:
  - $A.\ ML^{-1}T^{-2}.$
  - $B.\ N.cm^{-2}.$
  - $C.\ g.cm^{-1}.s^{-2}.$
  - $D.\ La\ barye$
  - $E.\ dyne.cm^{-2}$

C,D,E.

Merci de votre attention

Pas de questions?