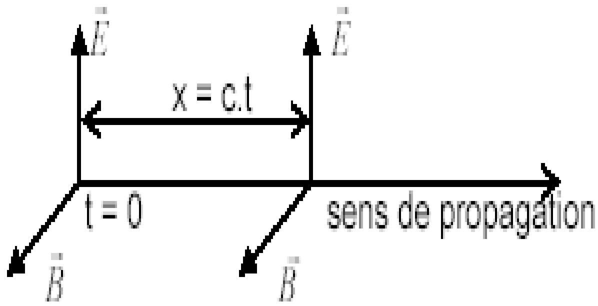
CHAPITRE 4

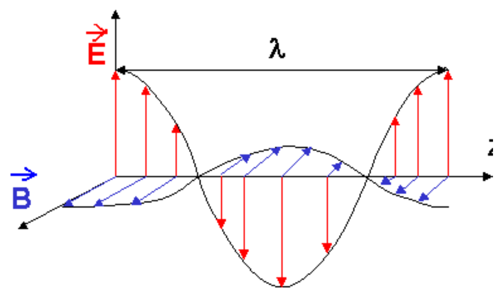
OPTIQUE GEOMETRIQUE

GENERALITES

a. **<u>Onde lumineuse</u>** : L'onde lumineuse est une onde électromagnétique. Elle est constituée par l'association d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaires entre eux, vibrent en phase avec la même fréquence et se déplacent avec la même vitesse. L'onde lumineuse est vectorielle tandis que l'onde acoustique (sonore) est scalaire. La propagation de l'onde lumineuse est un phénomène de transport de l'énergie liée à des particules transportant chacune un quantum d'énergie (photon) :



$$\boldsymbol{\varepsilon = h\upsilon = hc/\lambda}$$



Où - $h = 6.62\ 10^{-34}\ \mathrm{j.s}$ = constante de Planck

- $c = 3\ 10^{8}\ \mathrm{m/s}$ = vitesse de la lumière dans le vide

- λ est la longueur de l'onde lumineuse

- υ est la fréquence de l'onde lumineuse

b. **<u>Indice de réfraction</u>** : Dans le vide, quelles que soient leurs fréquences, les ondes électromagnétiques (lumière) se propagent avec la même vitesse $c = 3\ 10^8\ m/s$. Dans un milieu matériel la vitesse de la lumière v dépend de la fréquence mais reste toujours inférieure à c.

Le rapport $n = c/v$ s'appelle « indice de réfraction » du milieu.

$$v \leq c \Rightarrow n \geq 1$$

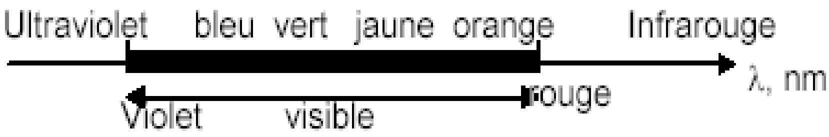
La fréquence de l'onde est toujours fixée par la source et elle n'est pas modifiée lorsque la lumière passe d'un milieu à un autre.

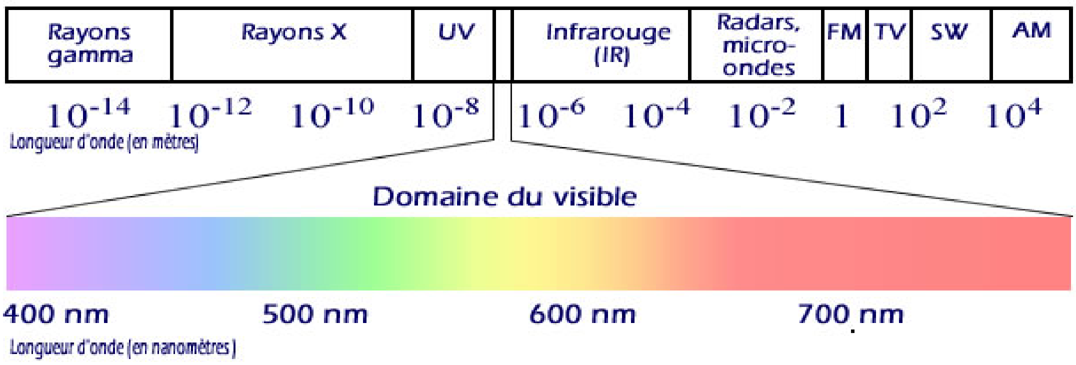
$$\left.\begin{array}{l} f.\lambda_1 = v_1 = \frac{c}{n_1} \\ f.\lambda_2 = v_2 = \frac{c}{n_2} \end{array}\right| \Rightarrow \quad \lambda_1/\lambda_2 = n_2/n_1$$

Quelques indices de réfraction

Milieu transparent	A ir	Eau	Verre	Quartz	Diamant	Huile
$n = c/v$	1.003	1.33	1.5 à 1.7	1.45	2.42	1.9

Pour l'Homme la fraction du spectre visible s'étend de 400 nm (violet) à 700 nm (Rouge).





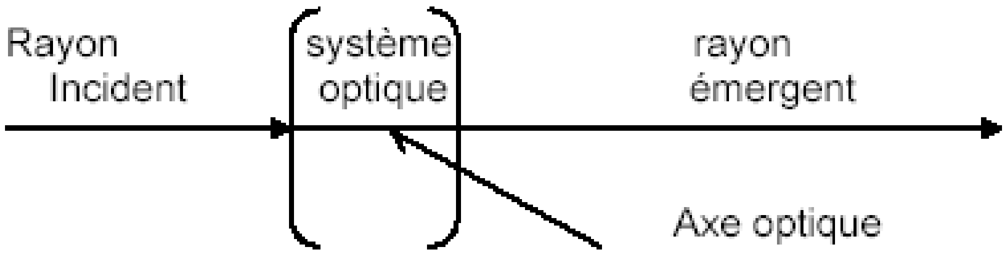
c. Principe de l'optique géométrique :

Le trajet emprunt**a**it par la lumière issue d'une source ponctuelle est rectiligne dans un milieu **homogène** et **isotrope.**

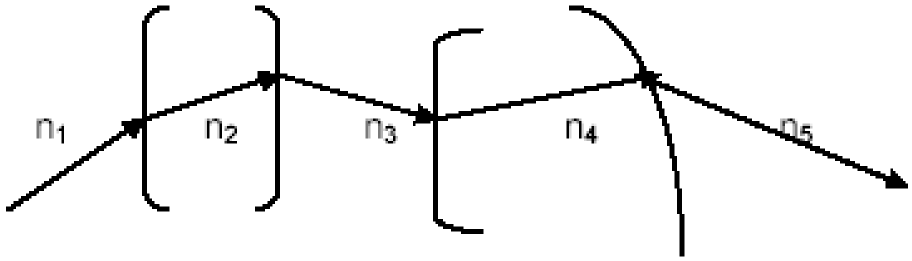
- Un milieu homogène est un milieu dont la composition est la même en tout point.
- Un milieu isotrope est un milieu dont les propriétés sont les mêmes dans toutes les directions.

La marche de la lumière dans un système optique peut être étudiée en utilisant les lois et les résultats de la géométrie : c'est l'optique géométrique.

Exemple de système optique



Loi : Dans un milieu homogène et isotrope la lumière se propage en ligne droite.



Il y a :

et on distingue 3 types de faisceaux :

c. Principe de retour inverse de la lumière :

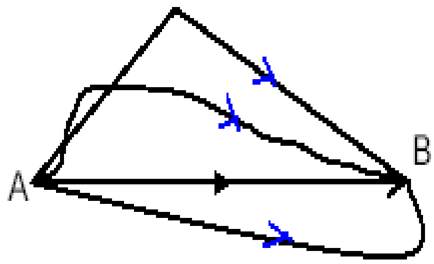
La trajectoire suivie par un rayon lumineux entre 2 points est indépendante du sens de propagation de la lumière.

e. Principe de Fermat :

Pour aller de A à B la lumière emprunte la trajectoire la plus courte dans le temps.

Dans un milieu matériel, la lumière parcourt la distance $\boldsymbol{AB}$ pendant le temps $\boldsymbol{t}$ tel que :

$$\boldsymbol{AB = v.t}$$



Pendant ce même temps $\boldsymbol{t}$ et dans le vide, la lumière aurait parcouru la distance :

$$\boldsymbol{(AB) = c.t}$$

Donc: $\boldsymbol{(AB) = AB.c/n = n\,.AB}$

La distance $(\boldsymbol{AB})$ est la longueur du chemin optique LCO.

$$\boldsymbol{LCO = (AB) = n\,AB}$$

Lorsque le milieu n'est pas homogène ($\boldsymbol{n = n\,(x)}$), la longueur du chemin optique est :

$$\boldsymbol{LCO = \int_A^B n(x)dx}$$

Pour aller de $\boldsymbol{A}$ à $\boldsymbol{B}$, la lumière ne prend pas un chemin quelconque mais un parcourt tel, que le chemin optique soit extrémal (stationnaire) c'est à dire pour lequel :

$$\boldsymbol{\frac{d(LCO)}{dx} = 0}$$

II. REFLEXION ET REFRACTION DE LA LUMIERE

Lorsque la lumière arrive à l'interface de 2 milieux transparents d'indices de réfraction n_1 et n_2 (dioptre), une partie est réfléchie dans le milieu d'incidence n_1 (onde réfléchie) tandis que le reste se propage dans le milieu de transmission (onde réfractée).

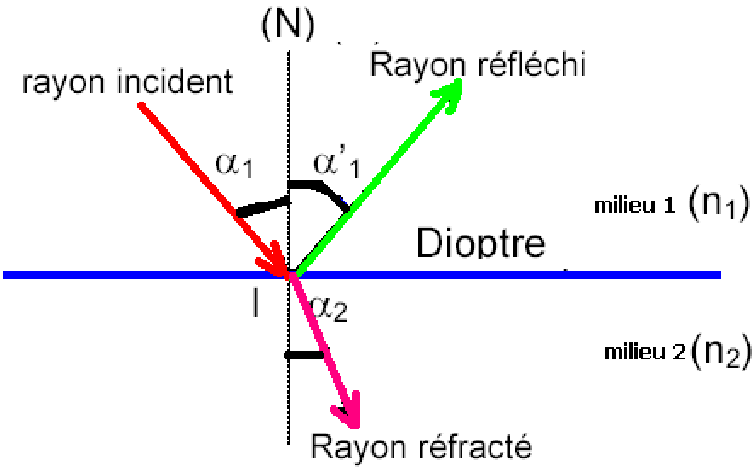
Où (N) : est la normale à l'interface

I : est le point d'incidence

α_1 : est l'angle d'incidence

α_2 : est l'angle de réfraction

α_1' : est l'angle de réflexion



a) ***Conditions de réflexion*** :

- Les rayons incident, réfléchi et la normale doivent être coplanaires (situés dans un même plan).
- L'angle d'incidence doit être égale à l'angle de réflexion ($\alpha_1 = \alpha'_1$).

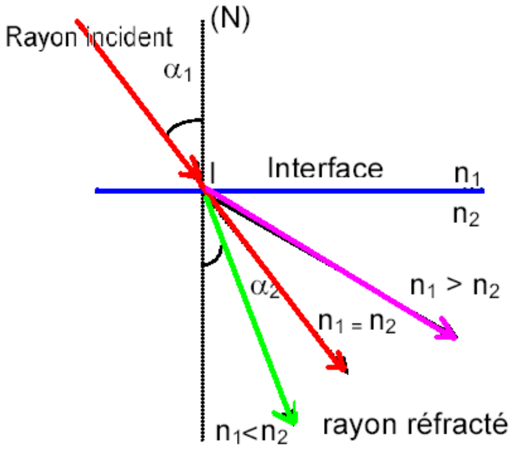
b) ***Loi de Snell - Descartes*** :

La vitesse des ondes électromagnétiques est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction du milieu dans lequel elles se propagent.

$$Si\ \boldsymbol{n_1} = \boldsymbol{n_2} \Rightarrow \boldsymbol{v_1} = \boldsymbol{v_2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1} = \boldsymbol{\alpha_2}$$

$$Si\ \boldsymbol{n_1} > \boldsymbol{n_2} \Rightarrow \boldsymbol{v_1} < \boldsymbol{v_2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1} < \boldsymbol{\alpha_2}$$

$$Si\ \boldsymbol{n_1} < \boldsymbol{n_2} \Rightarrow \boldsymbol{v_1} > \boldsymbol{v_2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1} > \boldsymbol{\alpha_2}$$



La Corse vue de Nice par réfraction Photo prise le 25 Décembre 2006

On a : $\boldsymbol{sin\ \alpha_1 / sin\ \alpha_2 = V_1/V_2 = n_{2,1} = n_2/n_1}$

$n_{2,1}$ est l'indice de réfraction du milieu 2 par rapport au milieu 1.

On peut alors écrire : $\boldsymbol{n_1\ sin\ \alpha_1 = n_2\ sin\ \alpha_2}$

C'est la loi de Snell-Descartes.

c ***Conditions de réfraction*** :

1. Les rayons incident, réfracté et la normale doivent être coplanaires.
2. Les rayons d'incidence et de réfraction doivent satisfaire l'égalité :

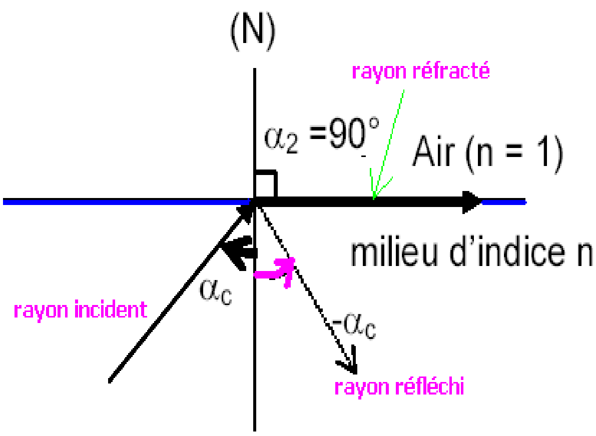
$$n_1\ sin\ \alpha_1 = n_2\ sin\ \alpha_2$$

Lorsque les angles α_1 et α_2 sont petits, $sin\ \alpha_1 = \alpha_1$ et $sin\alpha_2 = \alpha_2$, cette égalité devient : $n_1\alpha_1 = n_2\ \alpha_2$ (α_1 et α_2 sont exprimés en radians).

c. <u>Réflexion totale et réfraction limite</u> : <u>angle critique</u>.

Lorsque la lumière passe d'un milieu à un autre d'indice plus petit (sa vitesse augmente), l'angle d'incidence est toujours inférieur à l'angle de réfraction.

L'angle d'incidence α_c pour lequel l'angle de réfraction et égal à 90° (maximum) est appelé angle critique



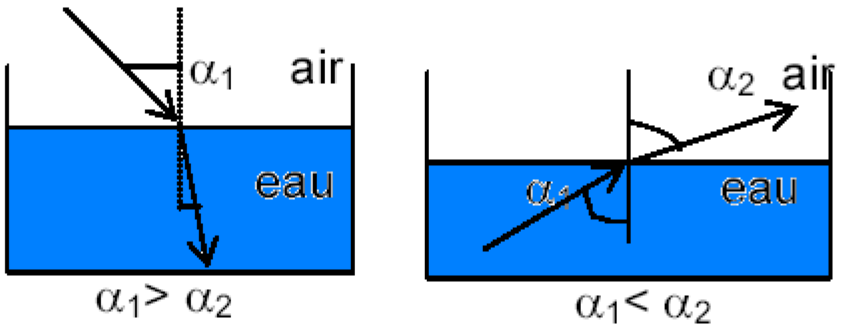
On a: $\boldsymbol{n = c/v,\ n\sin\alpha_c = 1\sin 90° \Rightarrow \sin\alpha_c = 1/n \Rightarrow \alpha_c = \arcsin(1/n)}$.

Lorsque l'angle d'incidence dépasse l'angle α_c toute la lumière sera réfléchie (réflexion totale).L'angle $\alpha_c$correspond à la limite de la réfraction. La réflexion exige l'égalité des angles d'incidence et de réflexion.

$$\boldsymbol{\alpha_1 = -\alpha'_1 \Rightarrow n\sin\alpha_1 = n'\sin\alpha_2 = -n\sin\alpha'_1}$$

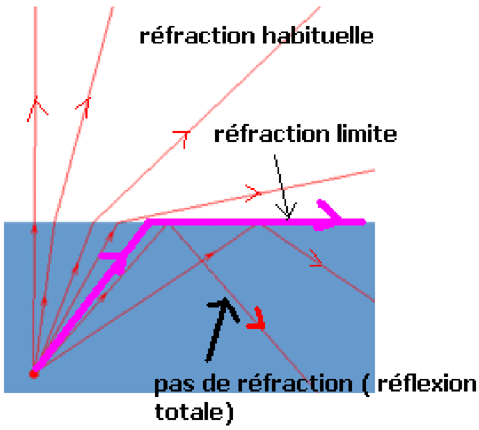
Donc une réflexion est un cas particulier de la réfraction avec l'indice$(-\boldsymbol{n})$.

Exemples :



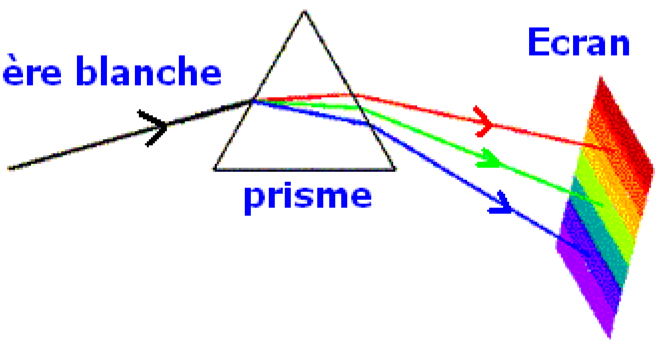
la réfraction limite ne peut pas avoir lieu

la réfraction limite peut avoir lieu



d. *Dispersion* :

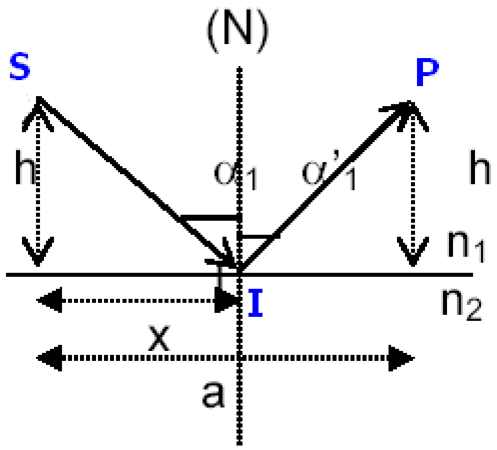
Comme l'angle de réfraction est fonction de l'indice n du milieu, c'est à dire de la longueur d'onde λ, il est alors différent pour les différentes couleurs constituant la lumière blanche (chaque couleur est une onde électromagnétique avec sa propre longueur d'onde). Ce phénomène s'appelle dispersion.



Exemples :

1. utilisez le principe de Fermat pour établir la loi de la réflexion et la loi de la réfraction.

Cas de la réflexion :



La longueur du chemin optique est :

$$LCO = (SI) + (IP) = n_1\, SI + n_1\, IP =$$

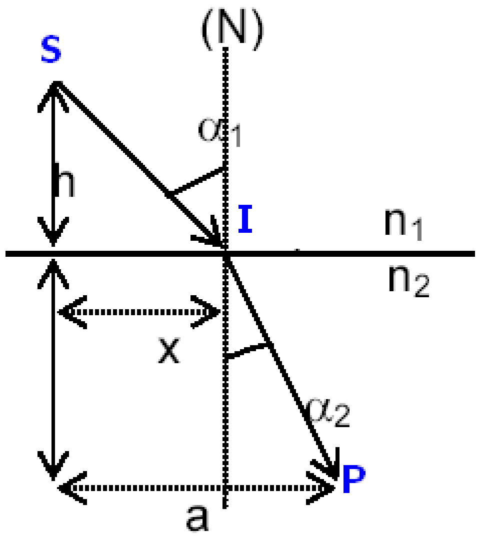
$$= n_1\,(x^2 + h^2)^{1/2} + n_1(\,(a-x)^2 + h^2)^{1/2}.$$

Le chemin suivi par la lumière est tel, que $d(LCO)/dx = 0$

$$\Rightarrow n_1\, x\,/(x^2 + h^2)^{-1/2} - n_1\,(a-x)/((a-x)^2 + h^2)^{-1/2} = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \sin\alpha_1 = n_1 \sin\alpha'_1 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha'_1$$

Cas de la réfraction :



La longueur du chemin optique est $LCO = (SI) + (IP) = n_1\, SI + n_2\, IP =$

$$= \boldsymbol{n_1\,(x^2+h^2)^{1/2} + n_2(\,(a-x)^2+b^2)^{1/2}}$$

$$\frac{d(LCO)}{dx} = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{n_1\, x\,/(x^2+h^2)^{-1/2} - n_2\,(a-x)/((a-x)^2 + b^2\,)^{-1/2} = 0}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{n_1\, sin\alpha_1} - \boldsymbol{n_2\, sin\,\alpha_2} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{n_1\, sin\alpha_1} = \boldsymbol{n_2\, sin\,\alpha_2}$$

2. Un faisceau de lumière verte, de longueur d'onde égale à $5\;10^{-7}\,m$ dans le vide, pénètre une plaque de verre dont l'indice de réfraction vaut 1,5. Quelle est la vitesse de la lumière verte dans le verre ? Quelle est la longueur d'onde de la lumière verte dans le verre ?

On a : $n = c/v \Rightarrow v = c/n = 3\;10^8\,/1.5 = 2\;10^8\;m/s$.

$$\lambda_1/\lambda_2 = n_2/n_1 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2\, n_2/n_1$$

$$comme\;\; \lambda_2 = 5\;10^{-7}\;m\; et\;\; n_2 = 1\; on\; obtient:$$

$$\lambda_1 = 5\;10^{-7}\,/1.5 = 3.33\;10^{-7}\;m.$$

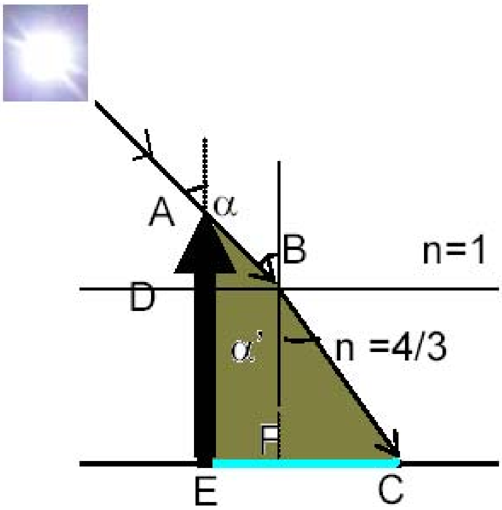
3. Un homme de taille 2m se tient droit dans un lac de profondeur 1.5 m . L'angle d'incidence est de 30°. Calculer la longueur de l'ombre au fond du lac si l'indice de réfraction de l'eau est n =4/3.

La longueur demandée est $\boldsymbol{EC}$.

$$\boldsymbol{EC} = \boldsymbol{EF} + \boldsymbol{FC}$$

$$\boldsymbol{EF} = \boldsymbol{DB}$$

$$tg\alpha = DB/\,AD \Rightarrow DB = EF = AD\,tg\,\alpha = 0.288m.$$



$$\Rightarrow sin\alpha = 4/3\,sin\,\alpha' \Rightarrow sin\alpha' = 0.376 \Rightarrow \alpha' = 22.02°$$

$$tg\alpha' = FC\,/BF \Rightarrow FC = BF\,tg\,\alpha' = 0.606m.$$

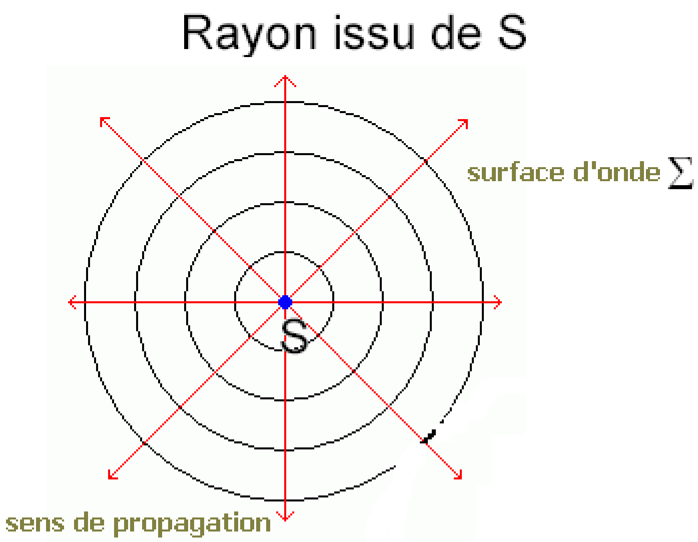
$$\Rightarrow EC = EF + FC = 0.228 + 0.066 = 0.894m.$$

III. SYSTEMES OPTIQUES

A. Surfaces d'ondes : Loi de MALUS

La surface d'ondes est un ensemble de points équidistants, en chemin optique, d'une source ponctuelle ou d'un objet éclairé.

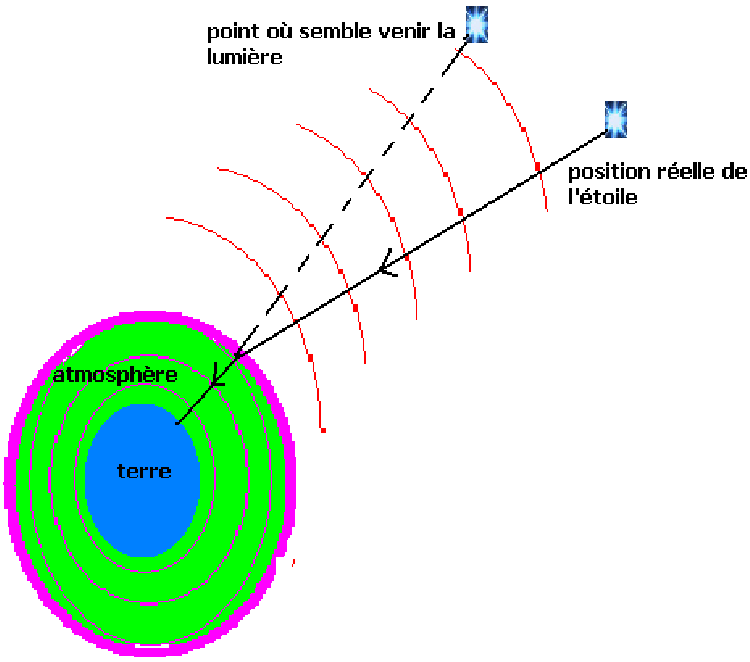
Dans un milieu homogène et isotrope les surfaces d'ondes d'une source ponctuelle sont des sphères concentriques (possédant le même centre). Tous les rayons issus de la source S sont perpendiculaires aux surfaces d'ondes.



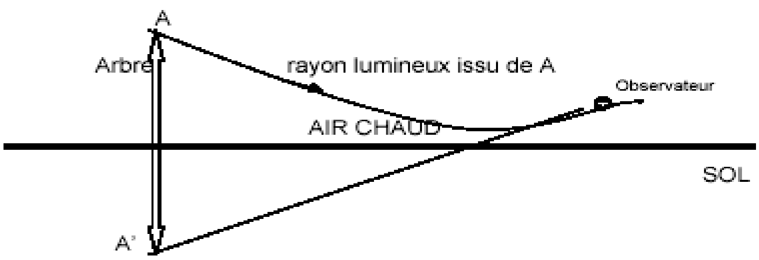
Loi de MALUS : Quelle que soit la nature du milieu où ils se propagent, les rayons lumineux issus de la source S sont perpendiculaires à la surface d'ondes Σ.

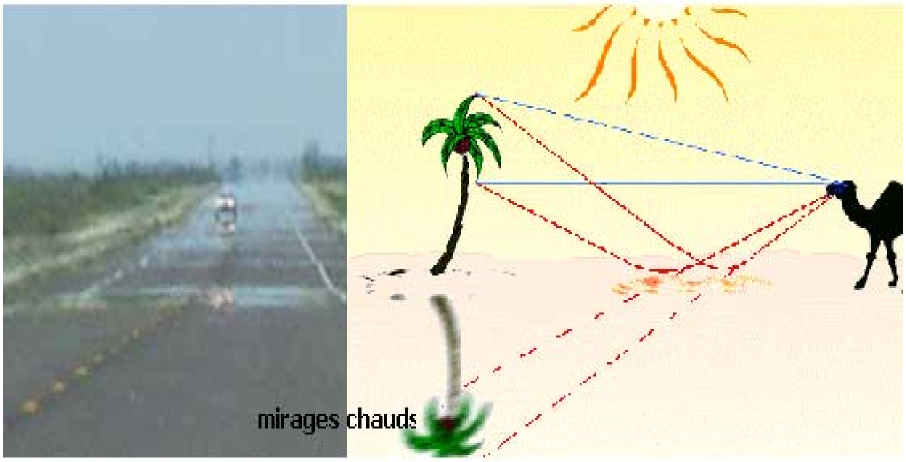
- Réfraction atmosphérique :

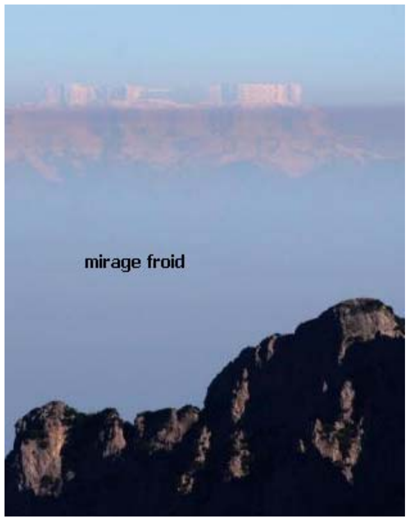
Lorsque le milieu n'est pas homogène (l'indice n n'est pas constant), les surfaces d'ondes ne sont pas concentriques.



- Phénomène de mirage:





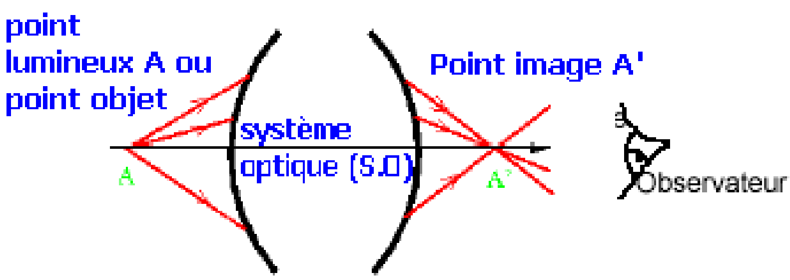


B. Différents types de systèmes optiques :

Un système optique est un ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces polies (dioptres). A l'intérieur de ces systèmes la lumière subit des réflexions et des réfractions. On distingue :

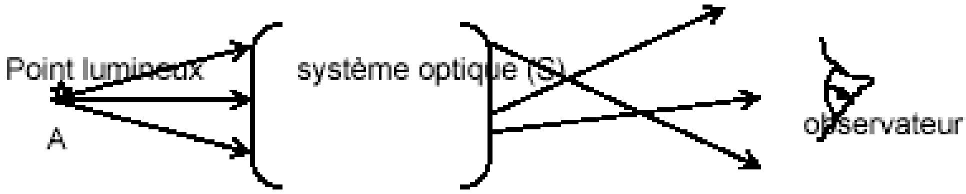
- Système dioptrique : C'est un système dans lequel la lumière subit uniquement des réfractions.
- Système catoptrique : c'est un système dans lequel la lumière subit uniquement des réflexions.
- Système catadioptrique : C'est un système dans lequel la lumière subit des réflexions et des réfractions.

C. Image d'un point lumineux



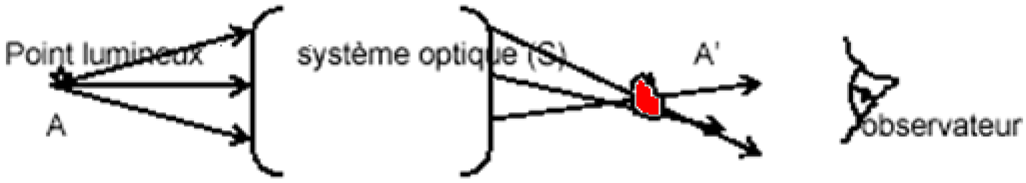
Les rayons sortant du système optique convergent tous en A'. On dit qu'il y a stigmatisme rigoureux. Les points A et A' sont dits conjugués par rapport à (S) : lorsque l'un est l'objet, l'autre est l'image.

Lorsque les rayons sortant ne convergent pas, le système est dit astigmatique



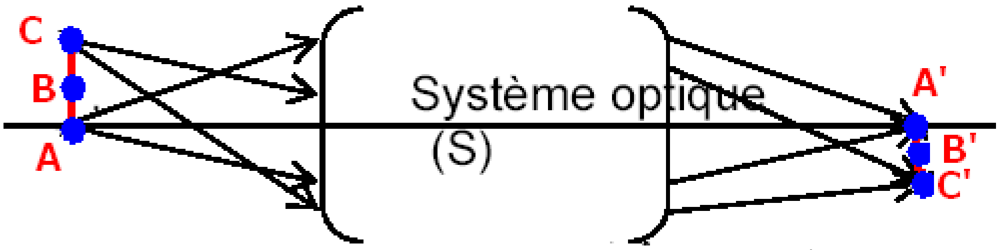
Astigmatisme

Lorsque les rayons sortant passent par une petite région, on dit qu'il stigmatisme approché.



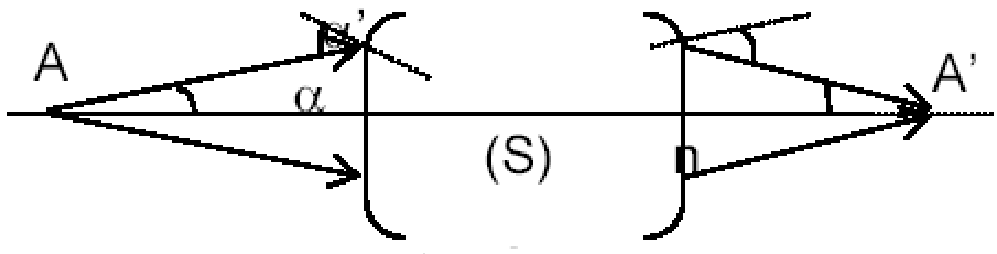
STIGMATISME APPROCHÉ

Soient 3 points A, B et C appartenant à un plan perpendiculaire à l'axe optique. Si les images respectives A', B' et C'appartiennent toutes à un plan qui est aussi perpendiculaire à l'axe optique et que le système est stigmatique, on dit qu'il y aplanétisme.



Lorsque les distances $A'B'$, $B'C'$ et $A'C'$ ne sont pas perçues par l'œil humain, on dit qu'il y a stigmatisme approché.

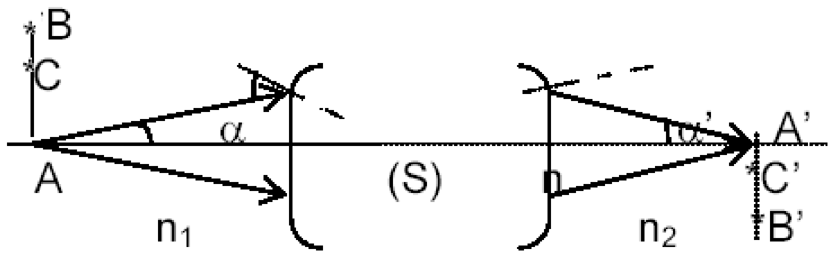
- **Conditions de Gauss** pour le stigmatisme approché :
  1. Les rayons incidents doivent être par- axiaux (les angles sont petits)
  2. Les angles d'incidence sur les dioptres sont très petits.



- Conditions d'Abbé pour plusieurs points :

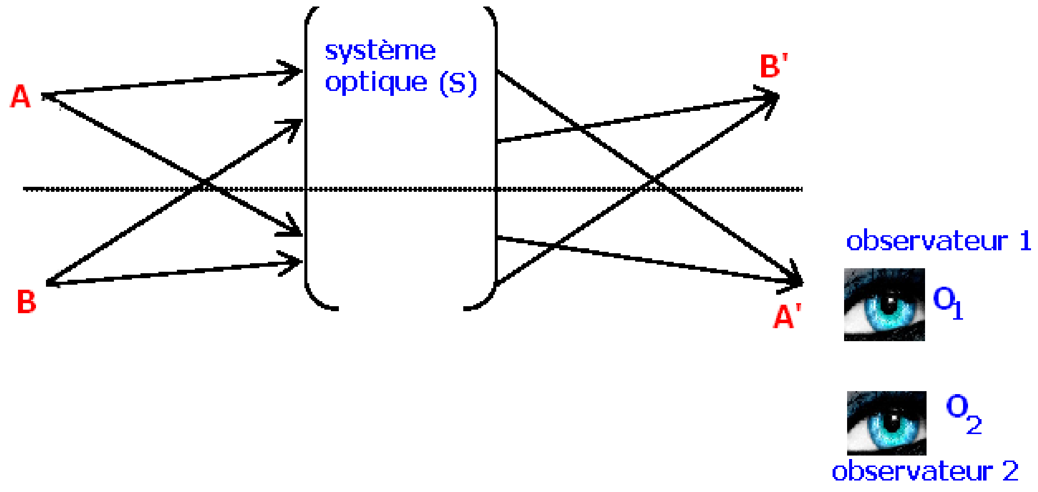
Lorsque on a plusieurs points qui appartiennent à un plan perpendiculaires à l'axe optique, leurs images à travers un dioptre optique s'obtiennent en mesurant les distances entre un point objet et ces points par la relation suivante :

$$n_1\,\overline{AB}\sin\alpha = n2\,\overline{A'B'}\sin\alpha'$$



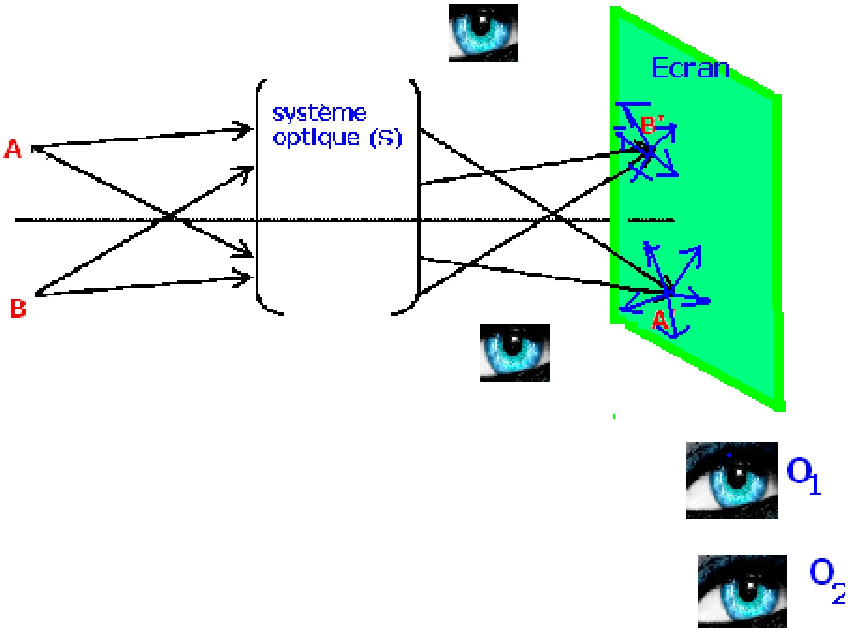
Objet et image

L'œil O_1 voit l'image A', par contre l'œil O_2 ne la voit pas. Cependant, O_2 peut voir l'image A' lorsqu'elle est projetée sur un écran (elle devient alors un objet

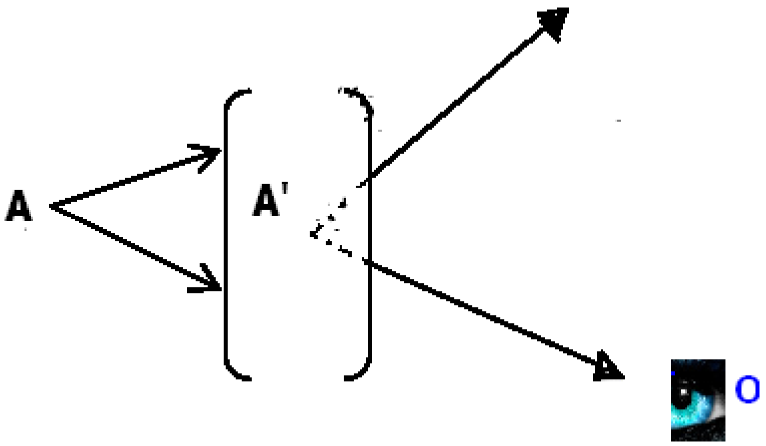


éclairé).

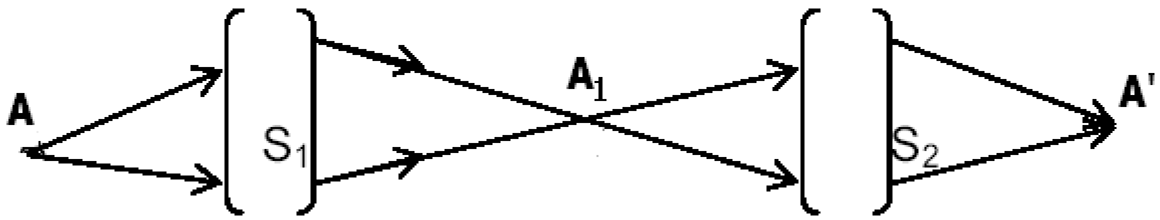
L'image A' est réelle car elle peut être projetée sur un écran. Tous les rayons émergents passent réellement par leur point de convergence. L'objet A est réel car tous les rayons incidents passent réellement par A et en plus on peut le toucher.



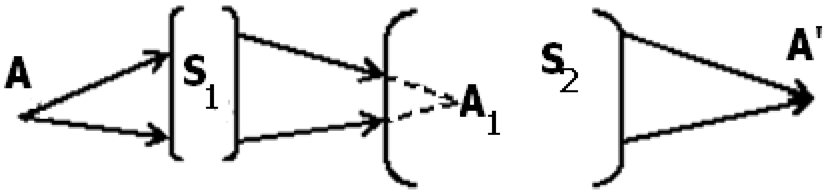
Lorsque l'image ne peut pas être projetée sur un écran et que les rayons lumineux ne passent pas réellement par leur point de convergence, on dit qu'elle est virtuelle.



Ici l'objet A est réel, l'image A' est virtuelle.

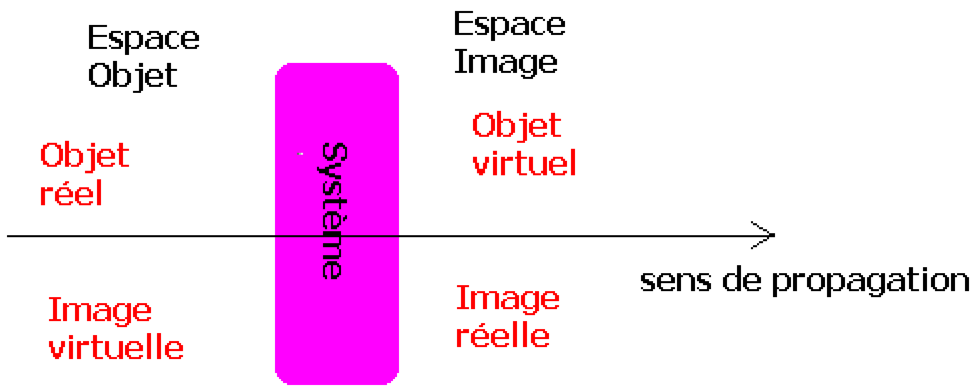


L'objet $\boldsymbol{A}$ est réel pour$(\boldsymbol{S_1})$. Le point $\boldsymbol{A_1}$ est une image réelle pour le système $(\boldsymbol{S_1})$et , en même temps, il représente un objet réel pour le système $(\boldsymbol{S_2})$.Le point $\boldsymbol{A_2}$ est une image réelle pour les systèmes $(\boldsymbol{S_1})$et $(\boldsymbol{S_2})$.



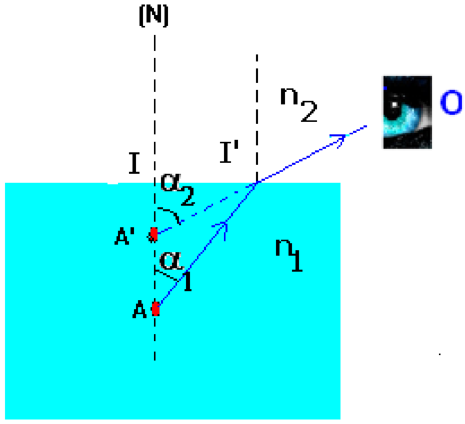
A est un point objet pour le système $(\boldsymbol{S_1})$.Il est réel. $\boldsymbol{A_1}$ est une image virtuelle pour le système $(\boldsymbol{S_1})$et un objet virtuel pour le système$(\boldsymbol{S_2})$. A' est une image réelle pour le système$(\boldsymbol{S_2})$.

CAS GENERAL :



IV DIOPTRE PLAN :

Un dioptre plan est une surface plane qui sépare deux milieux transparents. Supposons que la lumière se propage d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice inférieur n_2 ($n_2 < n_1$).



On a :

$$tg\alpha_1 = \frac{sin\alpha_1}{cos\alpha_1} = \frac{\overline{II'}}{\overline{IA}}$$

et

$$tg\alpha_2 = \frac{sin\alpha_2}{cos\alpha_2} = \frac{\overline{II'}}{\overline{IA'}}$$

Donc :

$$\frac{sin\alpha_1}{sin\alpha_2}\frac{cos\alpha_2}{cos\alpha_1} = \overline{IA'}/\overline{IA}$$

.

Comme $n_1 sin\alpha_1 = n_2 sin\alpha_2$

On obtient :

$$\frac{n_2 cos\alpha_2}{n_1 cos\alpha_1} = \overline{IA'}/\overline{IA}$$

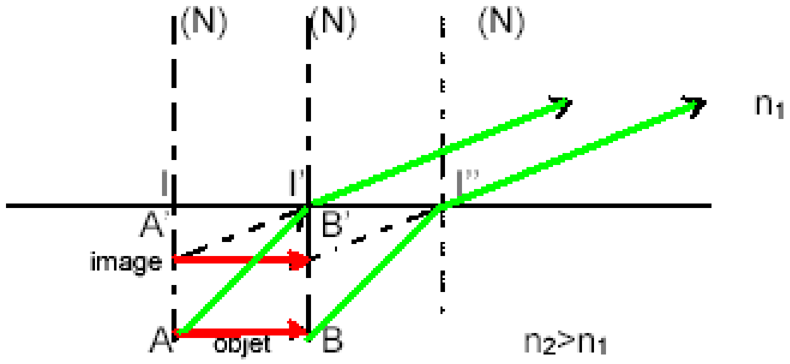
Dans le cas du stigmatisme approché ($cos\alpha_1 \approx cos\alpha_2 \approx 1$) ,on aura :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\overline{IA'}}{\overline{IA}} \Longrightarrow \frac{\overline{IA'}}{n_2} = \frac{\overline{IA}}{n_1}$$

C'est la formule de conjugaison du dioptre plan pour un objet ponctuel.

- **Objet non ponctuel** : Soit un objet non ponctuel $\overrightarrow{AB}$ qui se trouve dans un milieu transparent d'indice de réfraction n_2. Soit un dioptre plan et horizontal qui sépare ce milieu d'un autre milieu transparent d'indice n_1. On définit l'agrandissement par le rapport :

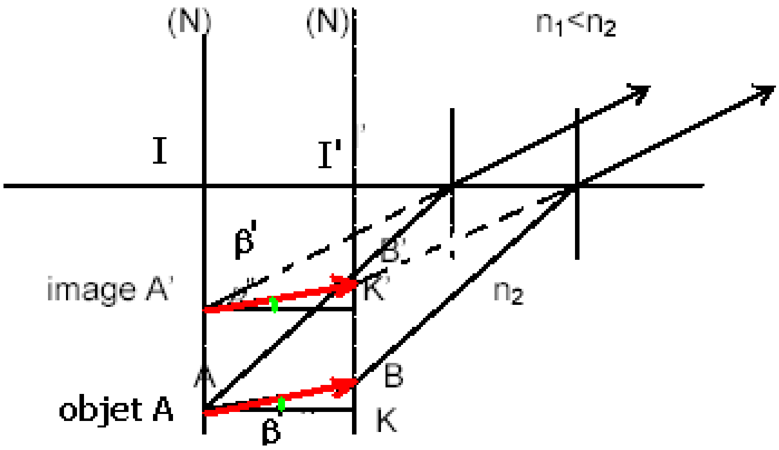
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



Lorsque l'objet $\overrightarrow{AB}$ est parallèle à la surface du dioptre, on constate que l'agrandissement est égal à l'unité puisque les dimensions de l'image et de l'objet sont égales. Donc :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

Lorsque l'objet n'est pas parallèle au dioptre, l'agrandissement est différent de l'unité.



L'agrandissement est .

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'K'}\cos\beta'}{\overline{AK}\cos\beta} = \frac{\cos\beta'}{\cos\beta}$$

Or :

$\overline{I'B'} = \frac{n_2}{n_1}\overline{I'B}$ et $\overline{I'K'} = \frac{n_2}{n_1}\overline{I'K}$

Ceci nous donne:

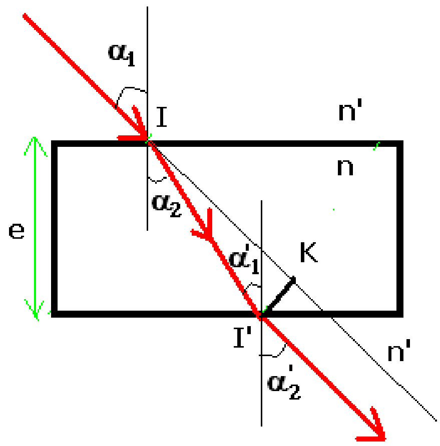
$$\overline{I'B'} - \overline{I'K'} = \overline{K'B'} = \frac{n_2}{n_1}\overline{KB}$$

Donc :

$$tg\beta' = \frac{\overline{B'K'}}{\overline{A'K'}} = \frac{n_2}{n_1}\frac{\overline{KB}}{\overline{A'K'}} = \frac{n_2}{n_1}tg\beta \implies tg\beta' = \frac{n_2}{n_1}tg\beta$$

IV. <u>LAMES A FACES PARALLELES</u>:

Supposons que l'indice de réfraction de la lame n est supérieur à celui du milieu dans lequel elle s'y trouve.



Les lois de Descartes aux points d'incidence I et I' s'écrivent respectivement $n'sin\alpha_1 = n\sin\alpha_2$ et $nsin\alpha'_1 = n'sin\,\alpha'_2$. Donc $\alpha_1 = \alpha'_2$.

La déviation totale de rayon incident est:

$D = (\alpha_1 - \alpha_2) + (\alpha_2 - \alpha_1) = 0.$

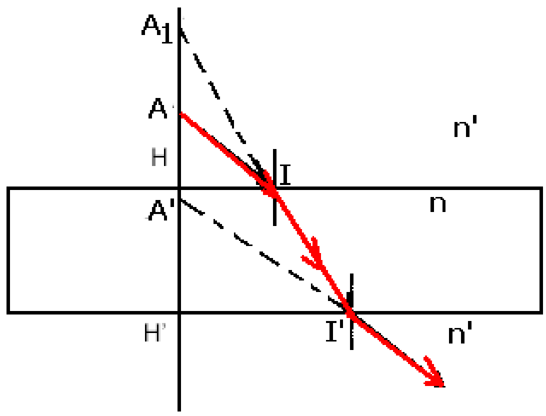
La déviation est nulle mais le rayon , à la sortie de la lame s'est déplacé de $\delta = \overline{I'K}$ telle que :

$$\overline{I'K} = \delta = \overline{II'}\, sin(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{e}{cos\alpha_2} sin(\alpha_1 - \alpha_2)\ avec\ \ e = \overline{II'} cos\alpha_2$$

Le déplacement du rayon lumineux est :

$$\delta = \frac{e}{cos\alpha_2} sin(\alpha_1 - \alpha_2)$$

Généralement, on symbolise un dioptre par $D(n_1, n_2, H)$ où n_1 et n_2 sont respectivement les indices de réfraction des milieux d'incidence (où se trouve l'objet) et de transmission (où se forme l'image). H est le point d'incidence normale sur le dioptre (point d'intersection entre le dioptre et la normale passant par le point objet).



La lame à faces parallèles est caractérisée par 2 dioptres $D(n', n, H)$ et $D(n, n', H')$. Soit A un objet dans le milieu d'indice n'. Déterminons son image à travers la lame d'épaisseur $e = \overline{HH'}$.

Pour le dioptre $D(n', n, H)$, l'image de A est A_1 telle que :

$$\frac{\overline{HA}}{n'} = \frac{\overline{HA_1}}{n}$$

.

Pour le dioptre, $D(n, n', H')$ A' est l'image de A_1 (qui est l'objet pour ce dioptre) .
La position de A' est telle que :

$$\frac{\overline{H'A_1}}{n} = \frac{\overline{H'A'}}{n'}$$

.

L'image A' est aussi l'image de A (image définitive) donnée par la lame à faces parallèles :

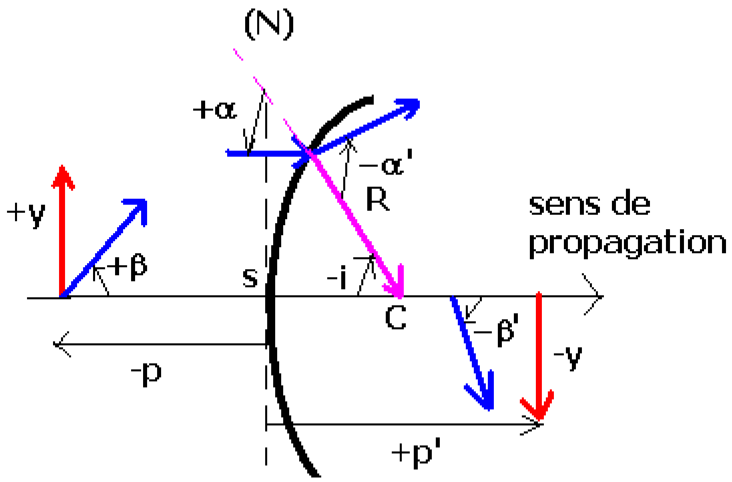
$$\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A'} = \frac{n'}{n}\overline{A_1H} + \overline{HH'} + \frac{n'}{n}\overline{H'A_1} = \frac{n'}{n}\left(\overline{H'A_1} + \overline{A_1H}\right) + \overline{HH'}$$

$$= \frac{n'}{n}\overline{H'H} + \overline{HH'} = \overline{HH'}\left(1 - \frac{n'}{n}\right) = e\frac{n - n'}{n}$$

V. LES SURFACES REFRINGENTES SPHERIQUES

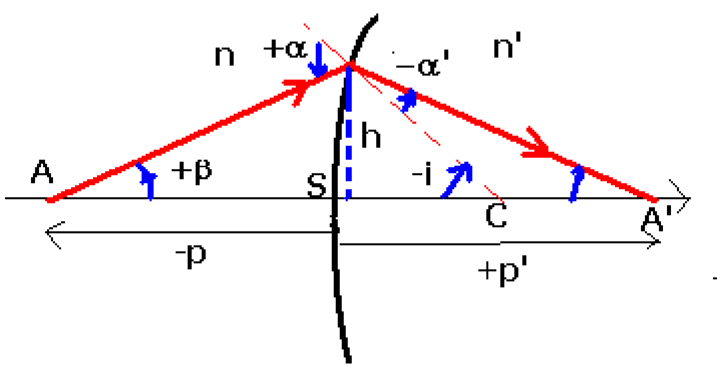
a. Signes de convention :

Les distances sont mesurées à partir de l'axe optique ou/et à partir de la normale à l'axe optique et passant par le sommet du dioptre $\boldsymbol{S}$. Les angles sont mesurés à partir de l'axe ou/et à partir des normales au dioptre de rayon $\boldsymbol{R}$. Les signes pris par convention sont indiqués sur la figure.



b. Invariant d'Abbé

Soit un dioptre de rayon $\boldsymbol{R}$ et de centre $\boldsymbol{C}$. Il sépare 2 milieux transparents d'indices $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{n}'$. Il donne d'un objet $\boldsymbol{A}$ une image $\boldsymbol{A}'$.



On a : $n \sin\alpha = n' \sin\alpha'$

Comme α et α' sont des angles très petits, on peut alors écrire : $\sin\alpha = \alpha$ et $\sin\alpha' = \alpha'$. Donc la relation de Descartes s'écrit : $n\,\alpha = n'\alpha'$.

Or d'après le schéma on a :

* $-i = \alpha' - \beta'$ ou $\alpha' = \beta' - i$
* $\alpha = \beta - i \Rightarrow n(\beta - i) = n'(\beta' - i)$

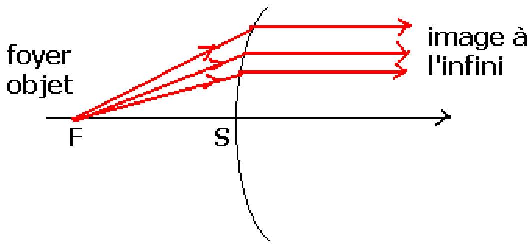
Comme $\beta = \dfrac{h}{p}$, $-i = \dfrac{h}{-R}$ et $-\beta = \dfrac{h}{-p'}$ on aura : $n\left(\dfrac{h}{p} - \dfrac{h}{R}\right) = n'\left(\dfrac{h}{p'} - \dfrac{h}{R}\right)$

$\boxed{\Rightarrow n\left(\dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{R}\right) = n'\left(\dfrac{1}{p'} - \dfrac{1}{R}\right) = Constante}$. C'est l'invariant d'Abbé.

- Lorsque l'image se forme à l'infini ($p' = \infty$), l'objet se trouve à la distance $p = f$ dite « distance focale objet).
- Lorsque l'objet se trouve à l'infini ($p = \infty$), l'image se forme à la distance $p' = f'$ dite « distance focale image).

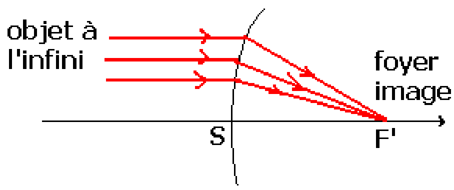
<u>Cas des surfaces convexes</u> ($f < 0$ et $f' > 0$)

* $f = \dfrac{-nR}{(n'-n)}$

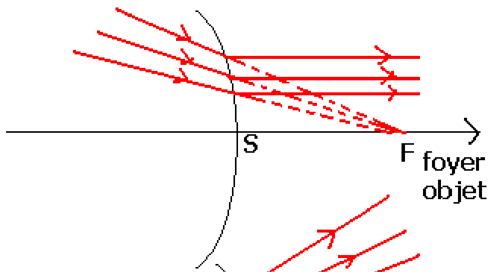


** $f' = \dfrac{n'R}{(n'-n)}$

On remarque que $\dfrac{f'}{f} = -\dfrac{n'}{n}$

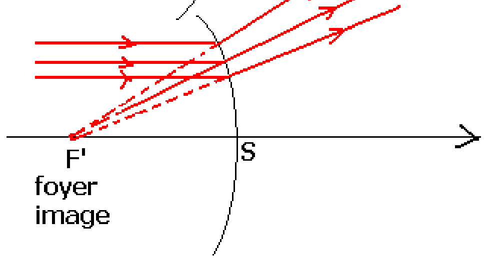


<u>Cas des surfaces concaves</u> ($f' < 0$ et $f > 0$)



* $f' = \dfrac{-nR}{(n'-n)}$

** $f = \dfrac{nR}{(n'-n)}$

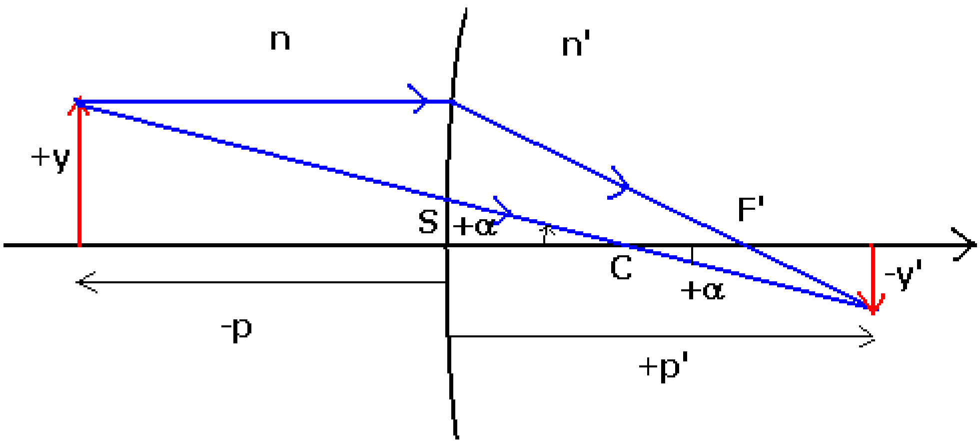


N.B :

- Les surfaces concaves et convexes dépendent aussi les indices de réfraction des milieux qu'elles séparent($n < n'$ ou /et $n > n'$). Ces cas seront traités en TD.
- Les foyers qui se trouvent sur l'axe optique sont des foyers principaux et ceux qui appartiennent au plan perpendiculaire à l'axe et qui passe par le foyer principal sont dits foyers secondaires (voir TD).

c. Agrandissement :
il est défini comme le rapport entre la grandeur de l'image et celle de l'objet. Pour trouver la position de l'image il faut tracer les rayons suivants :

1. Le rayon parallèle à l'axe émerge en passant par le foyer.
2. Le rayon qui passe par le centre n'est pas dévié.



L'agrandissement est défini par :

$$\gamma = \frac{y'}{y}$$

On a : $tg\alpha = \frac{y}{R-p} = \frac{-y'}{p'-R} \Rightarrow \frac{-y}{y} = \frac{p'-R}{R-p} = -\frac{R-p'}{R-p}$.

$$\gamma = \frac{y}{y'} = \frac{R-p'}{R-p} = \frac{np'}{n'p}$$

Comme $R = \frac{n'-n}{\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p}}$ $\Rightarrow \gamma = \boxed{\frac{np'}{n'p}}$

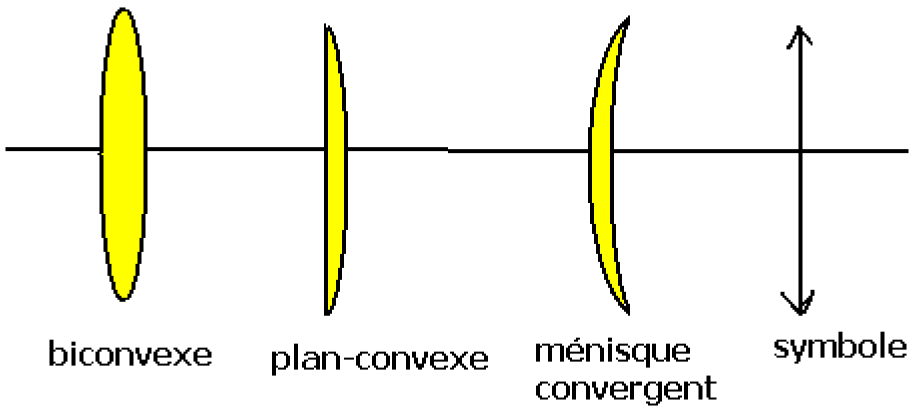
VI. LES LENTILLES

a. Définitions

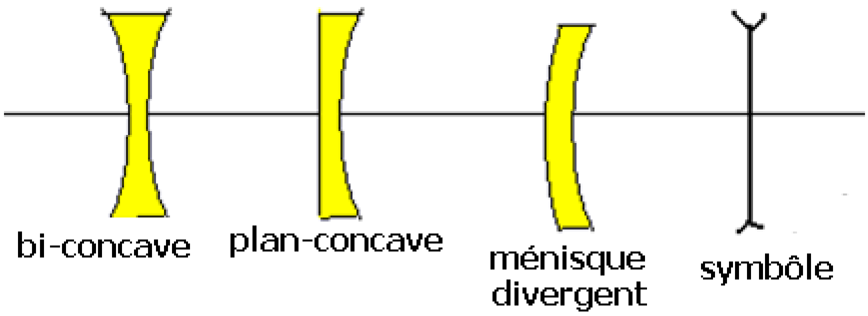
Une lentille est un système réfringent constitué d'interfaces dont l'une au moins est courbée. Une lentille mince est composée d'un seul élément et présente deux interfaces réfringentes. L'épaisseur d'une lentille mince est négligeable devant son diamètre.

On distingue :

1. <u>les lentilles convergentes</u> (convexes, positives)

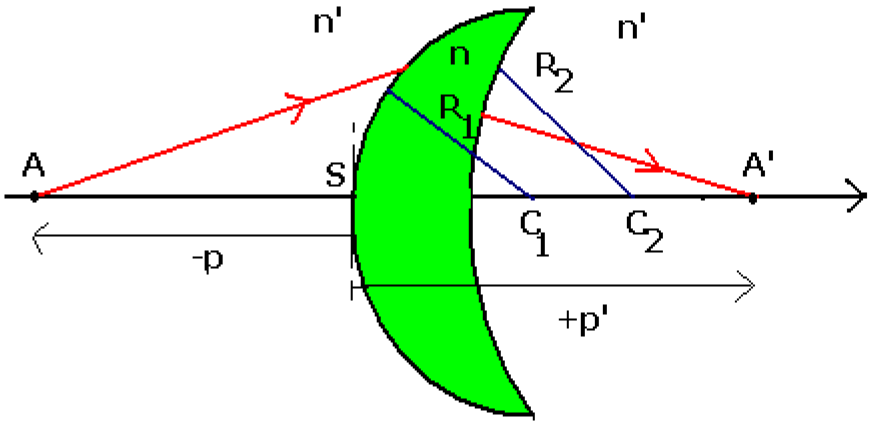


2. <u>les lentilles divergentes</u> (concaves, négatives)



<u>b. Formule des lentilles minces</u>

Soit une lentille mince de rayons de courbures R_1 et R_2, de centres C_1 et C_2 et fabriquée par un matériau d'indice de réfraction n. L'objet se trouve au point A et son image se forme au point A'.



Pour le dioptre de rayon R_1 l'invariant d'Abbé s'écrit :

$$n'\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{R_1}\right)=n\left(\frac{1}{p_1'}-\frac{1}{R_1}\right)$$

L'image obtenue par le premier dioptre A'_1 (qui se forme à la distance $+p'_1$ de S) sera considérée comme objet pour le second dioptre (de rayon R_2 et de centre C_2) . L'image de cet objet (A'_1) est A' (qui se forme à la distance $+p'$ de S)

$$n\left(\frac{1}{p_1'}-\frac{1}{R_2}\right)=n'\left(\frac{1}{p'}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{n}{p'_1}-\frac{n}{R_2}=\frac{n'}{p'}-\frac{n'}{R_2}$$

Or $\frac{n}{p'_1}=\frac{n'}{p}-\frac{n'}{R_1}+\frac{n}{R_1}$

$$\Rightarrow \frac{n'}{p'}-\frac{n'}{p}=(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})(n-n')$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=(\frac{n}{n'}-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})}$ qui est la formule des lentilles minces.

Les distances focales :

- Si $p=\infty \Rightarrow p'=f' \;\Rightarrow \dfrac{1}{f'}=(\dfrac{n}{n'}-1)(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2})$
- Si $p'=\infty \Rightarrow p=f \Rightarrow \dfrac{1}{f}=-(\dfrac{n}{n'}-1)(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2})$

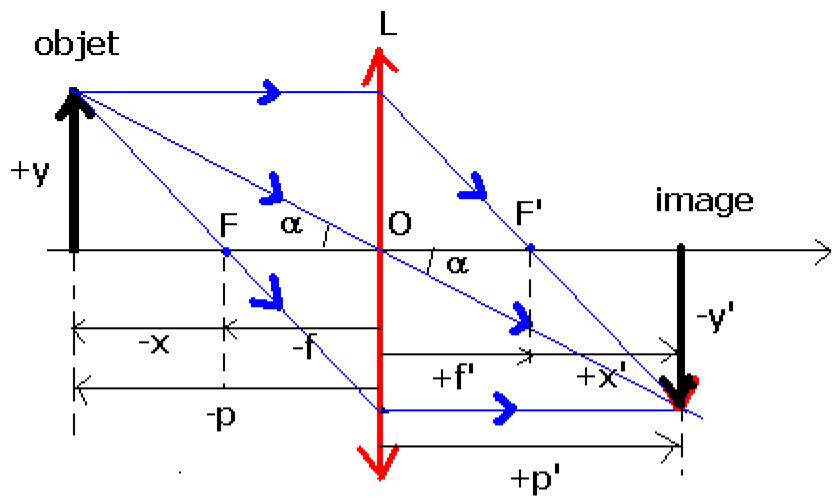
On constate que $f'=-f$ et la formule des lentilles peut tout simplement s'écrire :

$$\boxed{\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}}$$

c. Construction de l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique

Il existe trois (3) rayons qu'on peut facilement suivre à travers la lentille :

- Tout rayon qui passe par le centre optique n'est pas dévié.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe émerge de la lentille en passant par le foyer.
- Tout rayon qui passe par le foyer émerge parallèlement à l'axe optique.



i) agrandissement :

$$\gamma = \frac{y'}{y}$$

$$tg\alpha = \frac{y}{-p} = \frac{-y'}{p'} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{p'}{p}$$

ii) Formule de Newton :

On a : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$

Or $p' = x' + f'$ et $p = x + f$

$$\Rightarrow \frac{1}{x'+f'} - \frac{1}{x+f} = \frac{1}{f'}$$

Après le développement on obtient : $\boxed{xx' = ff'\quad.}$ C'est la formule de Newton

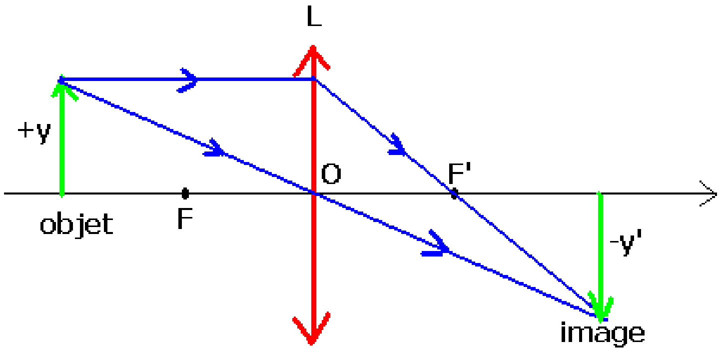
d) Nature de l'Image

Il suffit de déterminer la nature de l'image à partir du signe de sa position (signe de p'). A partir de la formule des lentilles : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ on tire : $p' = \dfrac{f'}{1+\dfrac{f'}{p}}$.

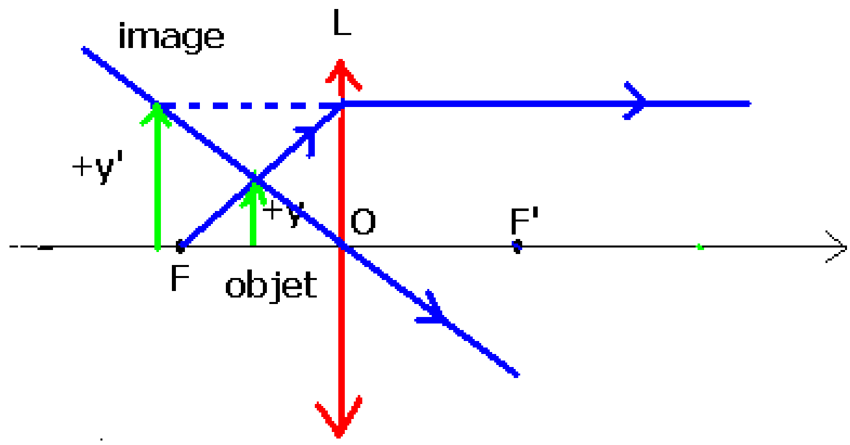
Cas de lentilles convergentes ($f' \rangle 0$)

- **objet réel** : $p \langle 0$

i) Si $p \langle f \quad (f = -f') \;\Rightarrow 1 + \frac{f'}{p} \rangle 0$. Donc $p' \rangle 0$, l'image est réelle et renversée ($\gamma = \frac{p'}{p} \langle 0$) ;

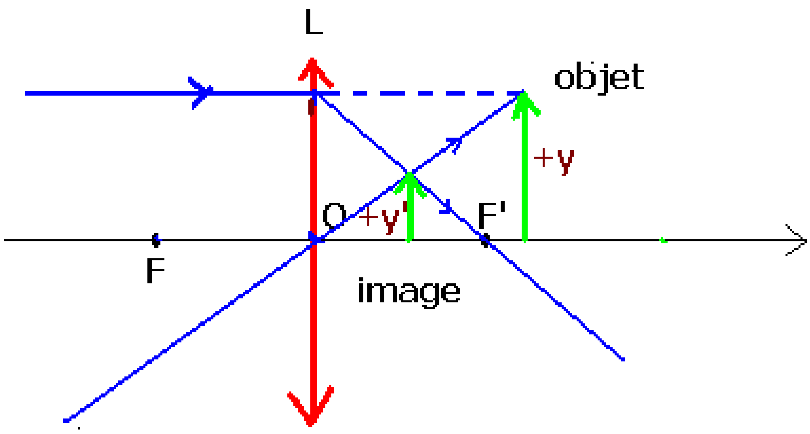


ii) Si $0 \rangle p \rangle f$ $\Rightarrow 1+\dfrac{f'}{p}\langle 0$. Donc p' $\langle$ 0, l'image est virtuelle et droite ($\gamma = \dfrac{p'}{p} \rangle 0$) ;



- **Objet virtuel :** $p \rangle 0$

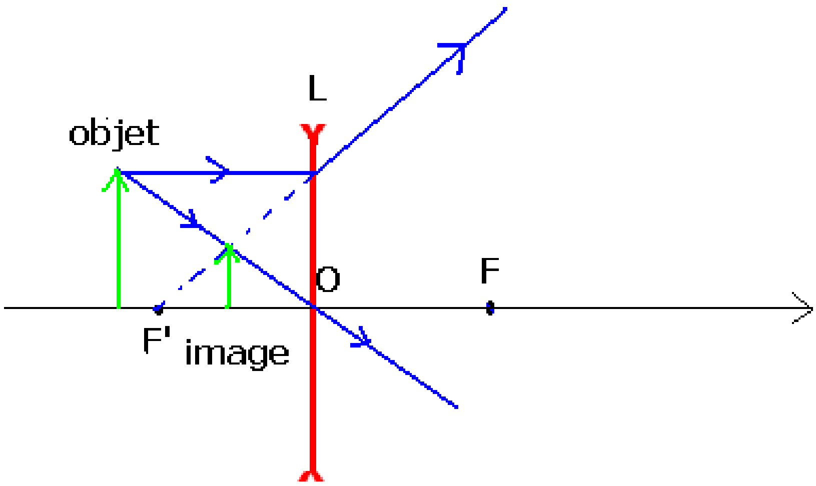
On a toujours $p' \rangle 0$ et $\gamma = \dfrac{p'}{p} \rangle 0$. L'image est réelle et droite.



<u>Cas de lentilles divergentes</u> ($f'<0$)

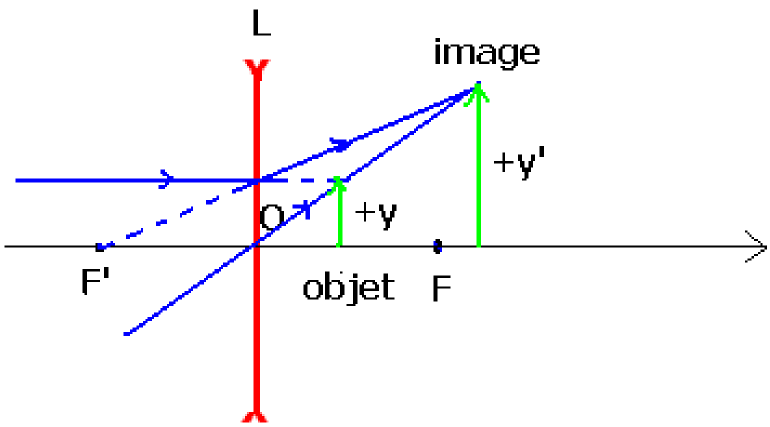
- **Objet réel :** $p<0$

On a toujours $p' < 0$ et $\gamma = \frac{p'}{p} > 0$. L'image est donc virtuelle et droite.

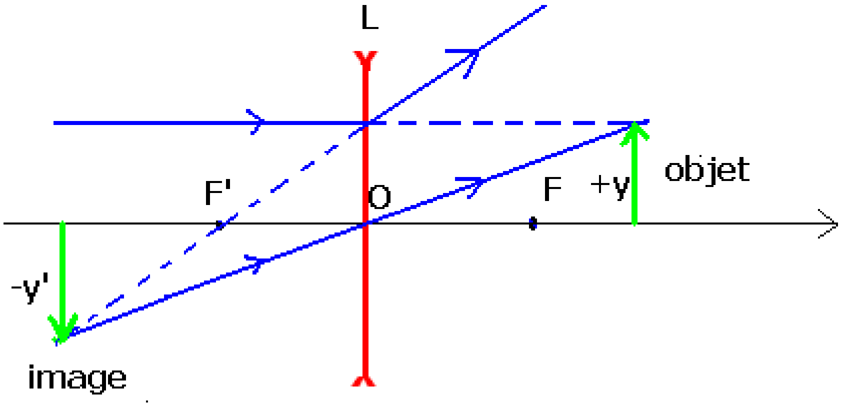


- **Objet virtuel :** $p>0$

* Si $0<p<f \Rightarrow p' > 0$, l'image est réelle et droite ($\gamma = \frac{p'}{p} > 0$) ;



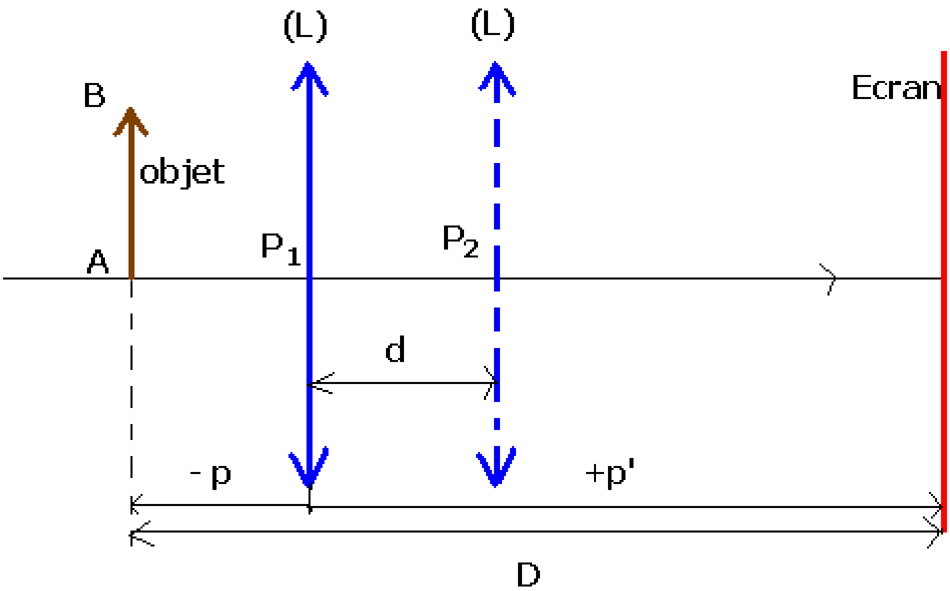
* Si $p \rangle 0 \Rightarrow p' \langle 0 \Rightarrow \gamma = \frac{p'}{p} \langle 0$, l'image est virtuelle et renversée



e) Formule de Bessel

C'est une méthode de calcul de la distance focale d'une lentille. Bessel a montré qu'entre un écran et un objet fixes, il existe 2 positions de la lentille (en faisant déplacer la lentille) pour lesquelles l'image est nette sur l'écran (la formule des lentilles minces $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ est vérifiée uniquement lorsque l'image de l'objet est nette sur l'écran).

Soient D la distance entre l'écran et l'objet et d la distance entre les 2 positions de la lentille pour lesquelles l'image est nette sur l'écran.



On a : $\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{D+p}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'} \Rightarrow p^2+pD+Df'=0$.

Cette équation admet 2 solutions lorsque $\Delta = D^2-4Df' \geq 0 \Rightarrow D \geq 4f$.

Les solutions sont :

$p_1=\frac{-D+\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$ et $p_2=\frac{-D-\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$.

La distance entre ces 2 positions est $d = p_1 - p_2 = \sqrt{D^2-4Df'}$

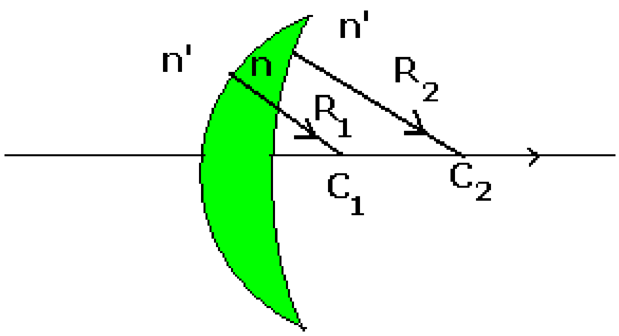
Donc : $d^2 = D^2 - 4Df'$

$$\Rightarrow \boxed{f'=\frac{D^2-d^2}{4D}}$$

f) Vergence des lentilles (convergence ou puissance)

La vergence d'une lentille est donnée par la formule : $V=\frac{1}{f'}$

Comme $\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'}=(\frac{n}{n'}-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$, on aura $V==(\frac{n}{n'}-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$



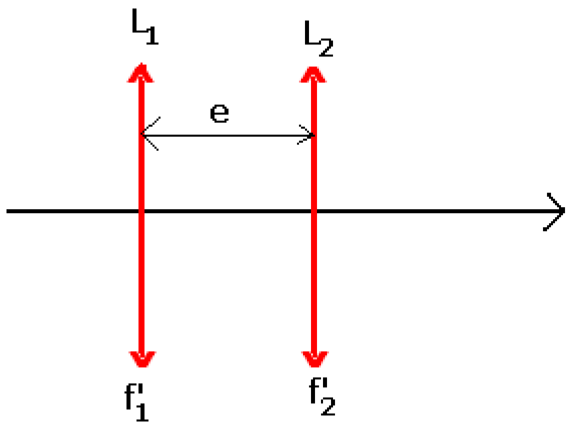
Ici n est l'indice de réfraction du matériau dans lequel est taillée cette lentille, n'est l'indice du milieu dans lequel se trouve la lentille.

Si $n'=1 \Rightarrow V=(n-1)(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$

La vergence se mesure en dioptries ou m^{-1} .

g) Doublet :

Un doublet est l'association de 2 lentilles minces, situées sur le même axe et distantes de « e ».



Le doublet est défini par 3 paramètres :

$D(i,j,k)$ tels que : $\frac{f'_1}{i}=\frac{e}{j}=\frac{f_2'}{k}=a$.

Où a est l'échelle du doublet, i, j et k sont des entiers. f'_1 et f'_2 sont les distances focales images des lentilles constituant le doublet.

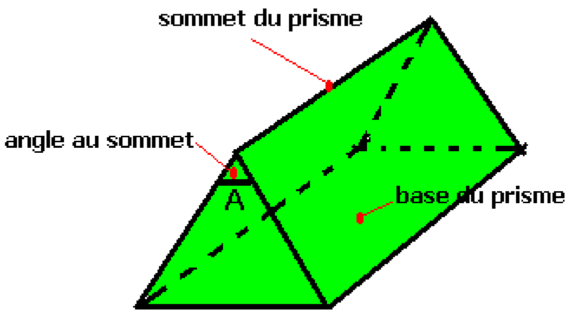
La vergence d'un doublet est donnée par : $V=V_1+V_2-eV_1V_2$

Où V_1 et V_2 sont les vergences des lentilles séparément et e la distance entre elles.

Si $e=0 \Rightarrow V=V_1+V_2$

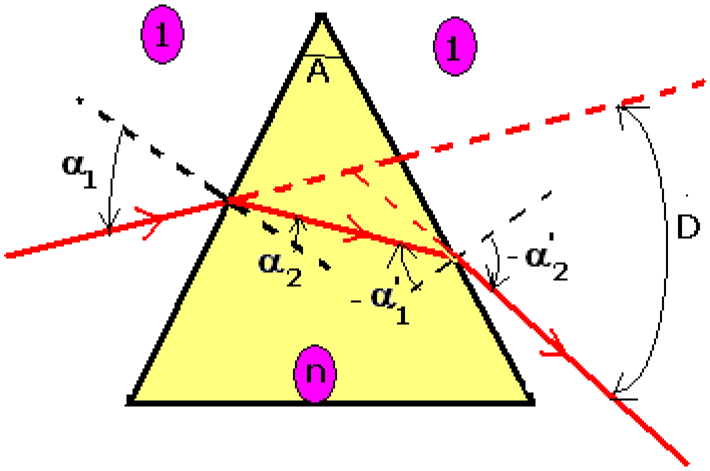
VII. LE PRISME

a) **Définition** : Un prisme est un milieu transparent d'indice n limité par 2 dioptres plans faisant entre eux un angle A (appelé angle au sommet). On utilise le prisme pour disperser la lumière ou pour mesurer les indices de réfraction des liquides transparents.



b) **Déviation donnée par un prisme**

Soit un prisme d'indice n et ayant pour angle au sommet A . la lumière rentre par une face sous un angle d'incidence α_1 et sort par l'autre face sous un angle α_2. Le prisme se trouve dans un milieu d'indice 1.



On a :

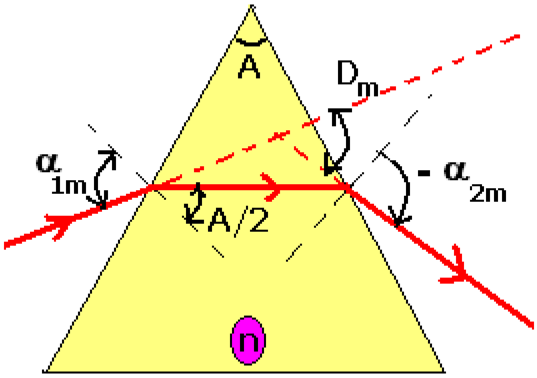
- $\sin\alpha_1 = n\ \sin\alpha_2$
- $n\sin(-\alpha'_1) = \sin(-\alpha'_2)$
- $A + (\frac{\pi}{2} - \alpha_2) + (\frac{\pi}{2} + \alpha'_1) = \pi \quad \Rightarrow A = \alpha_2 - \alpha'_1$
- $(\pi - D) + (\alpha_1 - \alpha_2) + (\alpha'_1 - \alpha'_2) = \pi \Rightarrow D = \alpha_1 - \alpha'_2 - A$

Lorsque les angles sont petits (conditions de Gauss), les relations précédentes deviennent :

- $\alpha_1 = n\alpha_2$
- $n\alpha'_1 = \alpha'_2$
- $A = \alpha_2 - \alpha'_1$
- $D = \alpha_1 - \alpha'_2 - A$

c) **Déviation minimale** : lorsque l'angle d'incidence varie il existe un rayon qui émerge parallèlement à la base du prisme. La déviation correspondante est dite déviation minimale.

Lorsque $\alpha_{1m} = -\alpha_{2m} = \alpha_m$, la déviation est égale à $D_m = 2\alpha_m - A$

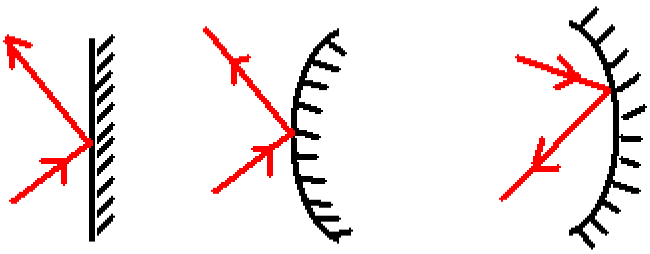


Une fois la déviation minimale est calculée, on détermine alors l'indice de réfraction du prisme ou du liquide transparent qui s'y trouve par la relation :

$$\sin\alpha_m = n\sin(\frac{A}{2}) \Rightarrow \boxed{n = \frac{\sin(\frac{D_m + A)}{2}}{\sin(\frac{A}{2})}}$$

III. LES SURFACES REFLECHISSANTES (MIROIRS)

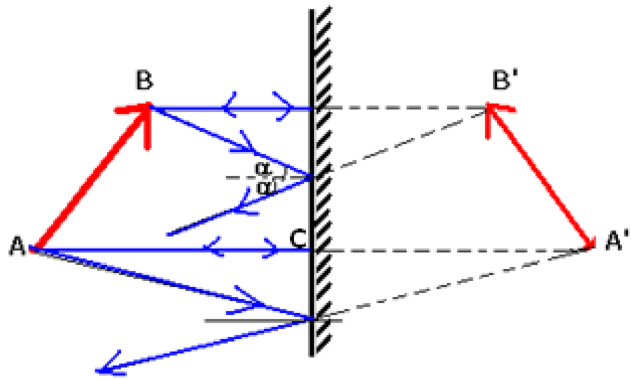
a) **Définition** : Toute surface réfléchissante est un miroir. Selon la forme de la surface on distingue : les miroirs plans et sphériques.



b) **Miroir plan** : c'est une surface plane réfléchissante.

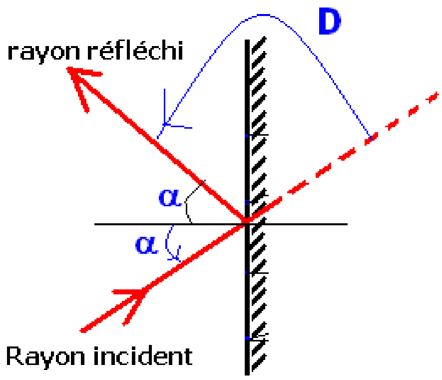
L'image A'B' donnée par un miroir plan est :

- Virtuelle
- De même grandeur que l'objet $(\gamma = 1)$
- Droite
- Symétrique de l'objet par rapport au miroir ($\overline{AC} = \overline{CA'}$).



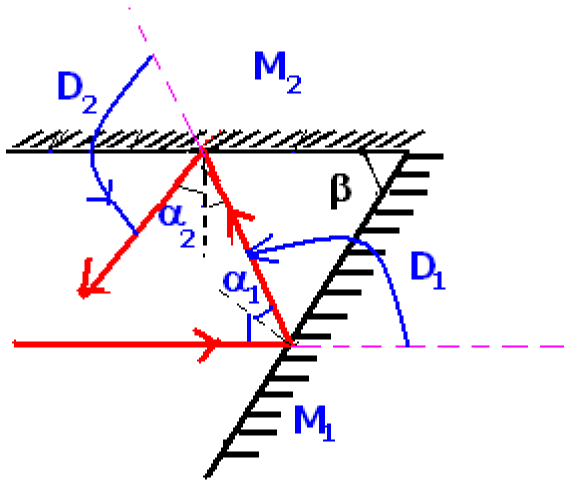
- **Déviation donnée par un miroir :**

La déviation donnée par un miroir plan, lorsque l'angle d'incidence est α , est égale à :
$D = \pi - 2\alpha$



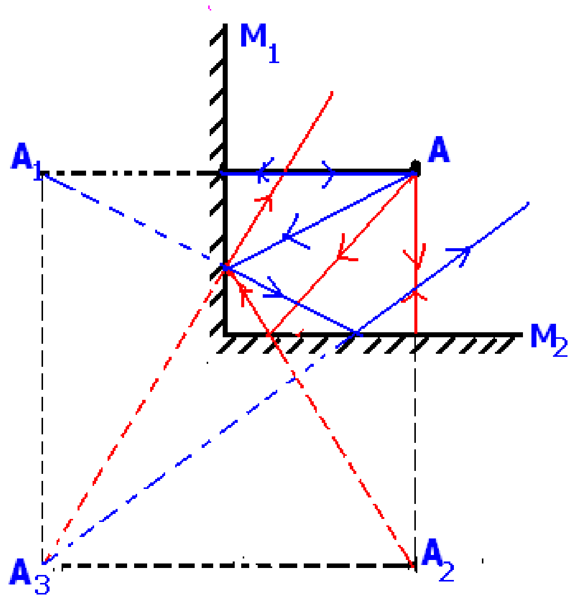
- **<u>Exemple 1</u> :**

Soient 2 miroirs plans non perpendiculaires M_1 et M_2 faisant entre eux un angle β.
Quelle est la déviation totale donnée par ces 2 miroirs ?



$$D = D_1 + D_2 = (\pi - 2\alpha_1) + (\pi - 2\alpha_2) = 2\pi - 2(\alpha_1 + \alpha_2) = 2(\pi - \beta)$$

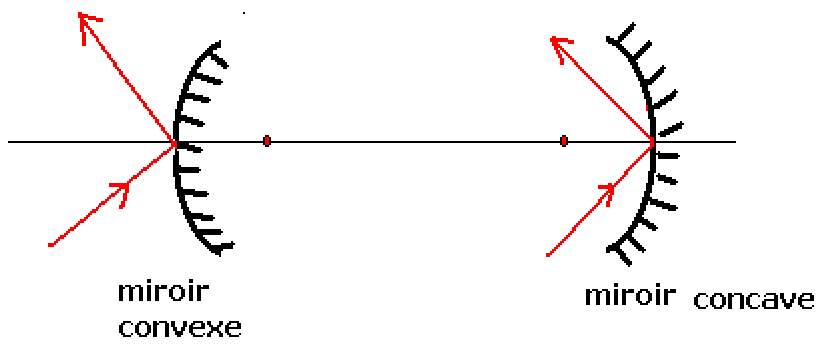
- <u>Exemple 2</u> : Soient 2 miroirs plans non perpendiculaires M_1 et M_2 . Soit un point lumineux A (figure). Construire géométriquement les positions des images de A données par ces miroirs.



Les 3 images sont formées aux sommets d'un rectangle.

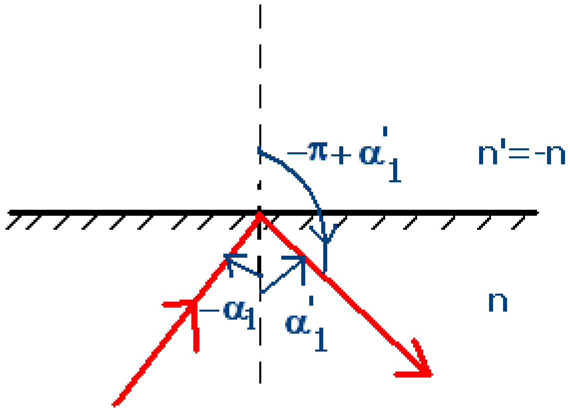
c) **Miroirs sphériques :**

1. **Définitions** : Les miroirs sphériques sont des surfaces réfléchissantes sphériques (de rayon R et de centre C). On distingue 2 types de miroirs sphériques : Convexe et concave.



2. Formules des miroirs sphériques

A partir des formules de conjugaisons obtenues pour les dioptres sphériques, on va retrouver celles des miroirs sphériques. Considérons une réflexion comme une réfraction d'un milieu d'indice n vers un milieu d'indice n'= - n .



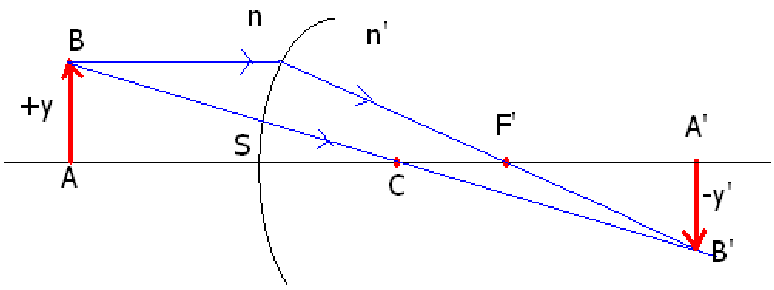
On a : $n\sin(-\alpha_1) = n'\sin(\alpha'_1 - \pi)$

$$\Rightarrow n\sin(-\alpha_1) = -n'\sin(\alpha'_1)$$

S'il y a réflexion on a : $-\alpha_1 = \alpha'_1 \quad \Rightarrow n = -n'$

<u>Pour un dioptre sphérique</u> :

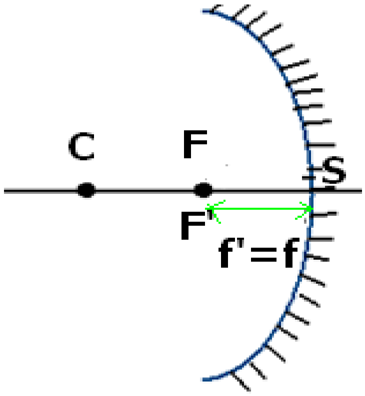
- $n(\frac{1}{p} - \frac{1}{R}) = n'(\frac{1}{p'} - \frac{1}{R})$
- $f' = \frac{n'R}{n'-n}$
- $f = -\frac{nR}{n'-n}$
- $\gamma = \frac{np'}{n'p}$



<u>Pour un miroir sphérique :</u> En remplaçant n' par $-n$, on obtient :

- $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$
- $f' = f = \frac{R}{2}$
- $\gamma = \frac{-p'}{p}$

On constate qu'un miroir sphérique possède un seul foyer situé au centre du rayon de courbure du miroir.



La formule de conjugaison pour un miroir sphérique est :

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{R}=\frac{1}{f}$$

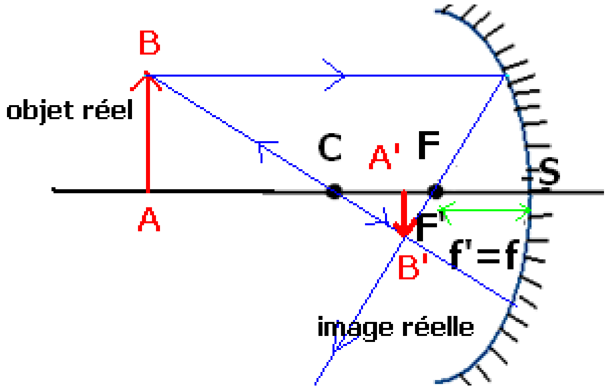
<u>Quelques constructions géométriques</u> :

- **Miroir concave**

AB = objet réel

A'B'=image réelle renversée et réduite .

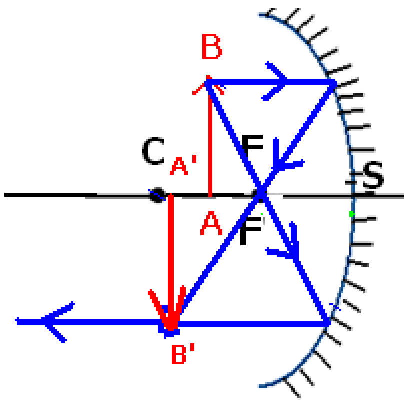
$\gamma < 0$, $|\gamma| < 1$



AB = objet réel

A'B'=image réelle renversée et agrandie

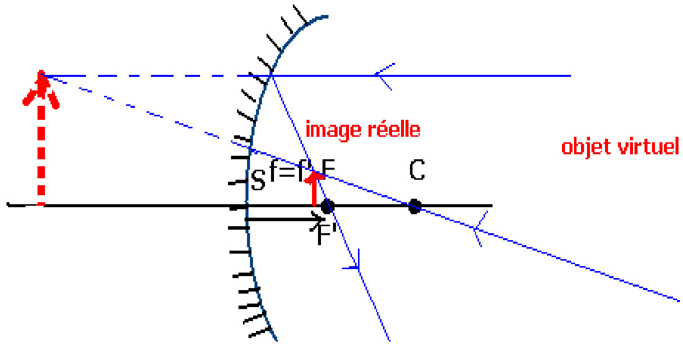
$\gamma < 0$, $|\gamma| > 1$



AB = objet virtuel

A'B'=image réelle renversée et agrandie

$\gamma < 0 \ , \ |\gamma| > 1$

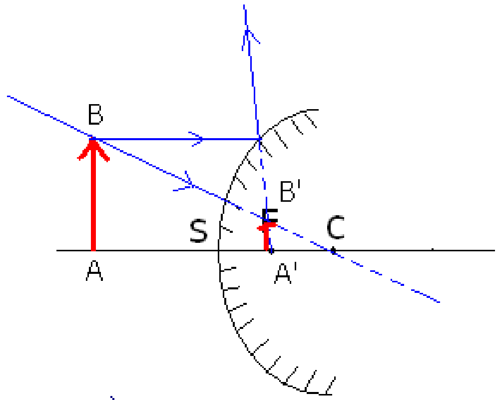


- **Miroir convexe**

AB = objet réel

A'B'=image virtuelle droite

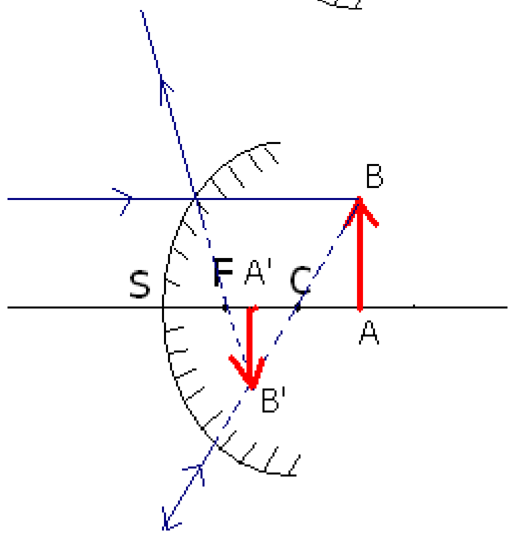
$\gamma > 0 \ , \ |\gamma| < 1$



AB = objet virtuel

A'B'=image virtuelle inversée

$\gamma < 0 \ , \ |\gamma| < 1$



AB = objet virtuel

A'B'=image réelle droite

$\gamma > 0 \ , \ |\gamma| > 1$