E.M.D. N°1 en Mathématiques

Promotion: $1^{ère}$ Année LMD Architecture (2009–2010)

Dimanche le 21 Février 2010, Durée: 1h30mn.

Exercice 1 ($7,5\,P^{ts} = 1,5\,P^{ts}\,\times 5$) *Réponse par QCM, le nombre de réponses exactes n'est pas fixé. Soit un ensemble de 50 polygones qui sont soit triangulaire soit rectangulaire, soit équilatéral soit non-équilatéral. On considère les énoncés suivants:*

- *P : tout triangle est équilatéral;*
- *Q : il existe un triangle équilatérale et il existe un rectangle équilatéral;*

alors dans l'ensemble des 50 polygones :

1. *pour prouver que P est vrai, il suffit de vérifier que tous les polygones non-équilatéraux sont des rectangles ;*
2. *pour prouver que P est faux, il est nécessaire de vérifier que tous les triangles sont non-équilatéraux ;*
3. *pour prouver que Q est vrai, il suffit de trouver un rectangle équilatéral;*
4. *pour prouver que Q est vrai, il est nécessaire de trouver un rectangle équilatéral;*
5. *pour prouver que Q est faux, il est nécessaire de vérifier que les 50 polygones sont non-équilatéraux.*

Exercice 2 ($12,5\,P^{ts} = 1,5\,P^{ts}\,\times 6\, + \,3,5\,P^{ts}$) *Quelles sont les fonctions qui sont injectives, surjectives ou bijectives, parmis les suivantes :*

1. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = |x|$;
2. $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = |x|$;
3. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+,\ f(x) = |x|$;
4. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = a\,x + b,\ (a,b) \in \mathbb{R}^2$;
5. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = ln\,x$;
6. $f : D_f \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = ln\,x$;
7. $f : D_f \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{ln\,x}{x}$.

Corrigé du E.M.D. N°1 en mathématiques

Promotion: $1^{ère}$ Année LMD Architecture (2009–2010)

Exercice 1 $(7,5P^{ts})$.

- P : tout triangle est équilatéral. $\Longrightarrow$ $\overline{P}$: Il existe un triangle non-équilatérale.
- Q : il existe un triangle équilatérale et il existe un rectangle équilatéral. $\Longrightarrow$ $\overline{Q}$: Tout les triangles sont équilatéraux ou tout les rectangles sont équilatéraux.

1. pour prouver que P est vrai, il suffit de vérifier que tous les polygones non-équilatéraux sont des rectangles. $\longrightarrow$ Vrai.
2. pour prouver que P est faux, il est nécessaire de vérifier que tous les triangles sont non-équilatéraux. $\longrightarrow$ Faux.
3. pour prouver que Q est vrai, il suffit de trouver un rectangle équilatéral. $\longrightarrow$ Faux.
4. pour prouver que Q est vrai, il est nécessaire de trouver un rectangle équilatéral. $\longrightarrow$ Vrai.
5. pour prouver que Q est faux, il est nécessaire de vérifier que les 50 polygones sont non-équilatéraux. $\longrightarrow$ Faux.

Exercice 2 $(3\ P^{ts})$.

1. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = |x|$;
   - f n'est pas injective: Il suffit de remarquer que pour $x = -1$ et $x' = 1$, on a $f(x) = f(x') = 1$.
   - f n'est pas surjective: Il suffit de remarquer que pour $y < 0$, $\nexists x \in \mathbb{R}$ tel que $y = f(x)$.
2. $f : \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = |x|$;
   - f est injective: puisque pour $x \in \mathbb{R}_+$ et $x' \in \mathbb{R}_+$; $f(x) = f(x') \Longrightarrow |x| = |x'| \Longrightarrow x = x'$.
   - f n'est pas surjective: Il suffit de remarquer que pour $y < 0$, $\nexists x \in \mathbb{R}_+$ tel que $y = f(x)$.
3. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+,\ f(x) = |x|$;
   - f n'est pas injective: Il suffit de remarquer que pour $x = -1$ et $x' = 1$, on a $f(x) = f(x') = 1$.
   - f est surjective: $\forall y \in \mathbb{R}_+$, $\exists x \in \mathbb{R}$ (il suffit de prendre $x = \pm y$) tel que $y = f(x)$.