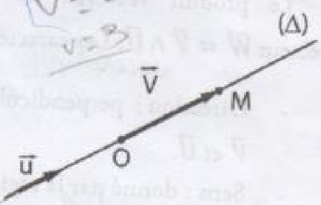
FORCES

Saïd MESKINE

Octobre 2015

1. Rappel sur les vecteurs

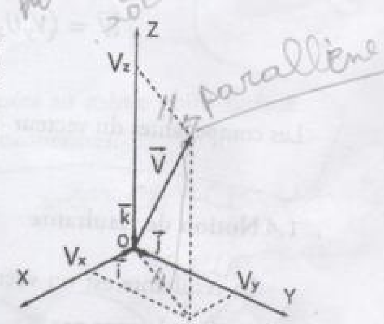


Les caractéristiques d'un vecteur $\vec{V}$ sont :

1. Origine ou point d'application : O.
2. Direction : celle de la droite (Δ).
3. Sens : celui indiqué par la flèche de O vers M ($\overrightarrow{OM}$).
4. Module, norme, intensité ou longueur. $\|\vec{V}\| = V$

Le module du vecteur $\vec{V}$ est noté V ou $\|\vec{V}\|$ ou même $\|\overrightarrow{OM}\|$. Le vecteur $\vec{V}$ peut s'écrire en fonction de son module par l'intermédiaire d'un autre vecteur dit unitaire $\vec{u}$ de module 1 de la manière suivante : $\vec{V} = V \cdot \vec{u}$. $\vec{V} = V\vec{u}$, $u = 1$

1.1 Représentation d'un vecteur



Pour présenter un vecteur, il est nécessaire de définir un repère. On générale c'est un système d'axes rectangulaire $Oxyz$ avec $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ des vecteurs unitaire pour chaque axe.

Le vecteur $\vec{V}$ s'écrit alors :

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

V_x, V_y *et* V_z sont les composantes du vecteur $\vec{V}\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$.

1.2 Produit scalaire

Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{U}$ est un nombre (scalaire) :

$$\vec{V} \cdot \vec{U} = \|V\| \cdot \|U\| \cdot \cos(\vec{V}, \vec{U})$$

Si $\vec{V}\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$ et $\vec{U}\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix}$ alors,

$$\vec{V}\cdot\vec{U} = V_xU_x + V_yU_y + V_zU_z$$

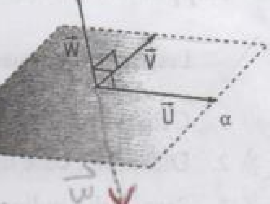
Le produit scalaire d'un vecteur par lui-même est égal au carré de son module :

$$\vec{V}\cdot\vec{V} = \|\vec{V}\|^2 = V^2$$

1.3 Produit vectoriel

Le produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{U}$ est un vecteur $\vec{W} = \vec{V}\wedge\vec{U}$. Les caractéristiques de ce vecteur sont :

vecotorielle



- Direction : perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{U}$.
- Sens : donné par la règle de la main droite.
- Module : $\|\vec{W}\| = \|\vec{V}\wedge\vec{U}\| = \|\vec{V}\|\cdot\|\vec{U}\|\cdot\sin(\vec{V},\vec{U})$.

pour calculer surface if it's was $\alpha = 90$

Si $\vec{V}\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$ et $\vec{U}\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix}$ alors, $\vec{W}\begin{pmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{pmatrix}$

méthode descomposant

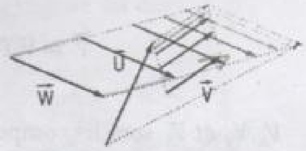
$$\vec{W} = \vec{V}\wedge\vec{U} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ V_x & V_y & V_z \\ U_x & U_y & U_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} V_y & V_z \\ U_y & U_z \end{vmatrix}\vec{\imath} - \begin{vmatrix} V_x & V_z \\ U_x & U_z \end{vmatrix}\vec{\jmath} + \begin{vmatrix} V_x & V_y \\ U_x & U_y \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\vec{W} = (V_yU_z - U_yV_z)\vec{\imath} + (U_xV_z - V_xU_z)\vec{\jmath} + (V_xU_y - U_xV_y)\vec{k}$$

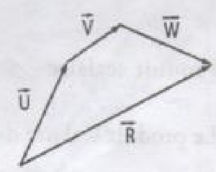
Les composantes du vecteur $\vec{W}$ sont $\begin{cases} W_x = V_yU_z - U_yV_z \\ W_y = U_xV_z - V_xU_z. \\ W_z = V_xU_y - U_xV_y \end{cases}$

1.4 Notion de résultante

La résultante est un vecteur somme de deux ou plusieurs vecteurs, notée généralement par $\vec{R}$:



$$\vec{R} = \vec{U} + \vec{V} + \vec{W} + \cdots$$



$$\vec{R} = \vec{U} - \vec{V} = \vec{U} + (-\vec{V})$$

Si on considère deux vecteurs $\vec{U}, \vec{V}$ et leur résultante $\vec{R}$ alors, le module de $\vec{R}$ s'écrit :

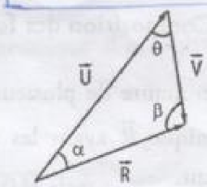
$\vec{R} = R^2 = (\vec{V}+\vec{u}).(\vec{V}+\vec{u})$

$= \vec{V}.\vec{V} + \vec{u}.\vec{u} + \vec{V}.\vec{u} + \vec{u}.\vec{V}$

$\vec{R} = \vec{V}^2 + \vec{u}^2 + 2\vec{V}.\vec{u}$

$\boxed{U = V \ , \ \alpha = 180}$

$$R = \sqrt{U^2 + V^2 + 2UV\cos(\vec{U},\vec{V})},$$



La direction est obtenue par la règle des sinus :

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{U}{\sin\beta} = \frac{V}{\sin\alpha}$$

Dans le cas où $\vec{U}$ *et* $\vec{V}$ sont perpendiculaires $(\vec{U} \perp \vec{V})$ $\begin{cases}\cos\theta = 0 \\ \sin\theta = 1\end{cases}$ alors,

$$\begin{cases}\text{Module de } R = \sqrt{U^2 + V^2} \\ \text{Direction de R: } \tan\alpha = \dfrac{V}{U}\end{cases}$$

2. Opérations sur les forces

2.1 Définition de la force

On appelle force, toute cause capable de :

- Modifier la nature du mouvement d'un corps.
- Déformer un corps.

la force est homogène à MLT^{-2}, son unité dans le SI est le newton (N) $1\,N = 1\,kg\,m\,s^{-2}$. C'est une grandeur vectorielle, elle est représentée par un vecteur $\vec{F}$. Le dynamomètre est l'instrument qui permet d'obtenir l'intensité de la force.

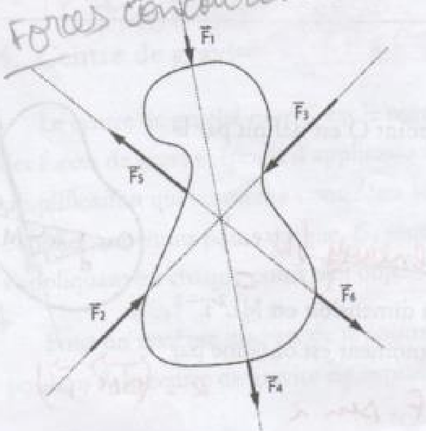
2.2 Forces concourantes et non-concourantes

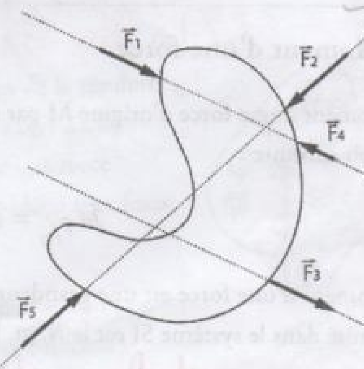
Les forces sont dites concourantes si elles sont toutes appliquées au même point (même point d'application). Dans le cas contraire les forces sont dites non-concourantes.

Forces concourantes.

non concourantes

p ic r rotation





2.3 Composition des forces concourantes

La résultante de plusieurs forces concourantes $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots$ qui agissent sur un corps est une force unique $\vec{R}$ ayant les mêmes effets sur ce corps que les forces composantes agissant simultanément.

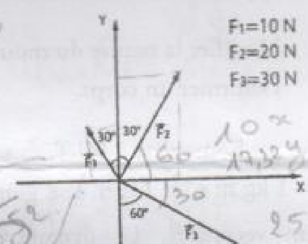
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Si les forces sont coplanaires (dans le même plan) dans le plan Oxy :

$$\vec{R} = R_x\vec{\imath} + R_y\vec{\jmath} \Rightarrow \begin{cases} R_x = \sum F_{xi} = \sum F_i \cos\alpha_i \\ R_y = \sum F_{yi} = \sum F_i \sin\alpha_i \end{cases}$$

Le module $\vec{R}$ est $R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2}$ et la direction est donnée par l'angle α tel que $\tan\frac{R_y}{R_x}$.

Exemple : Trouver la résultante de trois forces qui agissent sur un corps au point O.



Composantes des forces $\vec{F}$: $5 - 5\sqrt{3}$

$\vec{F}_1 = -F_1\cos 60°\,\vec{\imath} + F_1 \sin 60°\,\vec{\jmath} = -5\vec{\imath} + 5\sqrt{3}\vec{\jmath}$

$\vec{F}_2 = F_2\cos 60°\,\vec{\imath} + F_2 \sin 60°\,\vec{\jmath} = 10\vec{\imath} + 10\sqrt{3}\vec{\jmath}$ $10x$ $17{,}32y$

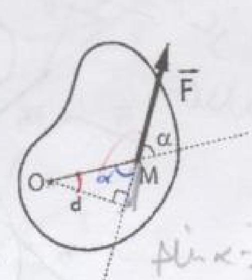
$\vec{F}_3 = F_3\cos 30°\,\vec{\imath} - F_3 \sin 30°\,\vec{\jmath} = 15\sqrt{3}\vec{\imath} - 15\vec{\jmath}$ $25{,}98x$ $15y$

Alors la résultante $\vec{R}\begin{cases} R_x = \sum F_{xi} = (-5 + 10 + 15\sqrt{3}) \cong 31\text{ N} \\ R_y = \sum F_{yi} = (5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 15) \cong 21\text{ N} \end{cases} \Rightarrow \vec{R} = 31\vec{\imath} + 21\vec{\jmath}$

L'intensité : $R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2} = 37{,}4\text{ N}$

La direction : $\tan(\overrightarrow{Ox}, \vec{R}) = \frac{R_y}{R_x} = 0{,}7 \Rightarrow (\overrightarrow{Ox}, \vec{R}) = 35°$

3. Moment d'une force



Le moment d'une force d'origine M par rapport à un point O est définit par la relation suivante :

$$\vec{M}_{\vec{F}/_O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$$

(J) ← energy (N.m) =

$\sin\alpha = \frac{d}{OM}$

Le moment d'une force est une grandeur vectorielle, sa dimension est ML^2T^{-2}, son unité dans le système SI est le N. m, l'intensité du moment est obtenue par

module $= M_{\vec{F}/o} = OM.F.\sin\alpha$ $\alpha = (\overrightarrow{OM}, \vec{F})$

$M_{\vec{F}/o} = F.d$

la relation : $\mathcal{M}_{\vec{F}/_O} = OM \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot \underbrace{OM \cdot \sin\alpha}_{d} = F \cdot d$, la grandeur d est connue comme le bras de levier.

Si $\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$ sont les composantes de $\vec{F}$ et $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ sont les composantes de $\overrightarrow{OM}$ alors :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}/_O} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}/_O} = (yF_z - zF_y)\vec{\imath} + (zF_x - xF_z)\vec{\jmath} + (xF_y - yF_x)\vec{k}$$

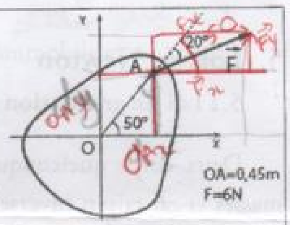
Si $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{F}$ sont dans le même plan Oxy ($z = 0,\ F_z = 0$) alors,

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}/_O} = (xF_y - yF_x)\vec{k}$$

Exemple : Trouver le moment de la force $\vec{F}$

$$\overrightarrow{OA}\begin{cases} x = OA \cdot \cos 50° = 0{,}289\text{m} \\ y = OA \cdot \sin 50° = 0{,}345\text{m} \end{cases}, \quad \vec{F}\begin{cases} F_x = F \cdot \cos 30° = 5{,}196\text{m} \\ F_y = F \cdot \sin 30° = 3{,}000\text{m} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}/_O} = (xF_y - yF_x)\vec{k} = -0{,}924\vec{k}\ (\text{N.m})$$



3.1 Moment d'un couple de forces

$M_{\vec{F}/O} = F \cdot d_x = 6x$
$F \cdot d_y$

Un couple est un ensemble de deux forces d'intensité égales et de sens opposé, qui agissent suivant deux droites parallèles.

$\vec{C} = \vec{OA} \wedge \vec{F_1} + \vec{OB} \wedge \vec{F_1}$

$\vec{C} = (\vec{OA} - \vec{OB}) \wedge \vec{F_1}$

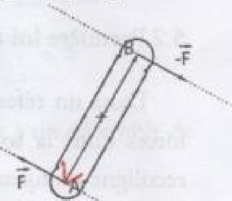
$\vec{C} = (\vec{OA} + \vec{BO}) \wedge \vec{F_1}$

$(\vec{OA} + \vec{BO}) \wedge \vec{F} = -\vec{AB} \wedge \vec{F} = \vec{BA} \wedge \vec{F}$

$$\vec{C} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_{\vec{F}/_O} + \overrightarrow{\mathcal{M}}_{-\vec{F}/_O}$$

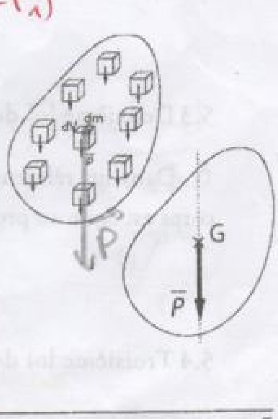
$$\vec{C} = \overrightarrow{AB} \wedge \vec{F}$$

$\vec{C} = \vec{OA} \wedge \vec{F_1} + \vec{OB} \wedge \vec{F_2} = \vec{OA} \wedge \vec{F_1} + \vec{OB} \wedge (-\vec{F_1})$



4. Centre de gravité

Le centre de gravité noté G est le point d'application de la résultante des forces de gravité (point d'application du poids). Il s'agit d'une simplification qui consiste à considérer le poids comme une force s'appliquant en un point unique, G, plutôt que de considérer une force s'appliquant en chaque point de l'objet.



Pour un système discrets de n points matériels de masse m_i et de position $\vec{r}_i$ le centre de gravité est exprimé de la manière suivante :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i g \, \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i g} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \, \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

les composantes de $\overrightarrow{OG}$ sont :

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad y_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad z_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

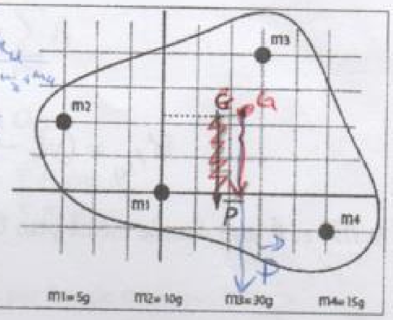
Exemple : Déterminer le centre gravité du système.

$\dfrac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + m_4 \cdot x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$

$$x_G = \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{5 \cdot 0 - 10 \cdot 3 + 30 \cdot 3 + 15 \cdot 5}{60} = \cancel{1{,}8} \; 2{,}25$$

$$y_G = \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{5 \cdot 0 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 4 - 15 \cdot 1}{60} = 2{,}1$$

$$G(\cancel{1{,}8}\,2{,}25 ; 2{,}1)$$



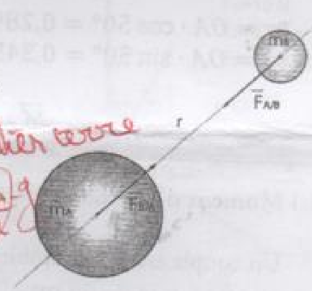
5. Lois de Newton

5.1 Loi de gravitation universelle

Deux corps quelconques s'attirent en raison directe de leurs masses et en raison inverse du carré de la distance de leurs centre de gravité.

particulier terre

$\dfrac{G \cdot m_A \cdot g}{R^2}$



$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \frac{m_A m_B}{r^2}$$

5.2 Première loi de Newton (Principe d'inertie)

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie G d'un solide soumis à un ensemble de forces dont la somme vectorielle est nulle, est soit au repos soit animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

equilibre statique

$F = ma$

$F = m \dfrac{dU}{dt}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ \vec{v} = cte \end{cases}$$

equilibre dynamique

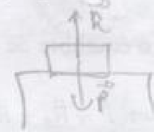
5.3 Deuxième loi de Newton (Principe fondamental de la dynamique)

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces exterieures appliquées à un corps est égale au produit de la masse m de ce corps par son vecteur d'accélération $\vec{a}$.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

5.4 Troisième loi de Newton (Principe d'action-réaction)

Lorsqu'un objet B subit une force de la part d'objet A, l'objet B réplique par une force de même intensité mais, dans le sens opposé.



$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

6. Statique

6.1 Statique d'une particule

Une particule est dite en équilibre statique, si la somme de toutes les forces qui agissent sur elle est nulle.

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0}$$

En terme de composantes :

$$\sum F_{ix} = 0, \qquad \sum F_{iy} = 0, \qquad \sum F_{iz} = 0.$$

statique

Selon la loi de Newton : l'accélération est nulle alors, la particule est immobile ou animée d'un mouvement rectiligne uniforme. $\left(a = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = cte \end{cases}\right)$.

6.2 Statique d'un solide

Quand des forces agissent sur un corps solide, il faut envisager l'équilibre aussi bien en ce qui concerne la translation que la rotation, alors les deux conditions suivantes sont donc requises :

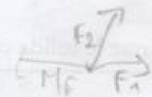
$$\begin{cases} \sum \vec{F}_i = \vec{0} & \textit{Equilibre de translation} \\ \sum \overrightarrow{M}_{F_i} = \vec{0} & \textit{Equilibre de rotation} \end{cases}$$

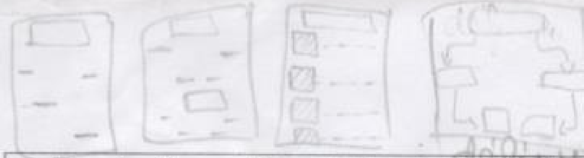
تحرك
دوران

Si les forces sont dans le même plan, les conditions d'équilibre se réduisent à un ensemble de trois équations :

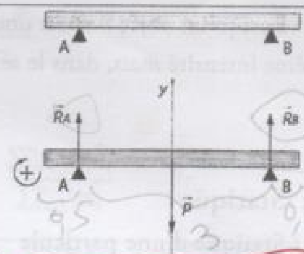
$$\begin{cases} \sum F_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} = 0 \\ \sum M_{F_i} = 0 \end{cases}$$

ليس له M_{Fx} و M_{Fy} لا
فقط في Z





Exemple : Trouver l'intensité des réactions des deux supports.



Condition d'équilibre de translation

$$\sum \vec{F_i} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{0}$$

La projection de la relation sur l'axe Oy donne :

$$-P + R_A + R_B = 0 \Rightarrow R_A + R_B = P \Rightarrow R_A + R_B = 100 \text{ N}$$

$M = 10\,kg$ $L = 4\,m$ $AB = 3\,m$ $g = 10\,N/kg$

Condition d'équilibre de rotation

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_{\vec{F}/_A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\mathcal{M}}_{\vec{P}/_A} + \vec{\mathcal{M}}_{\vec{R}_A/_A} + \vec{\mathcal{M}}_{\vec{R}_B/_A} = \vec{0}$$

$$\mathcal{M}_{\vec{P}/_A} + 0 - \mathcal{M}_{\vec{R}_B/_A} = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_{\vec{R}_B/_A} = \mathcal{M}_{\vec{P}/_A} \Rightarrow R_B \cdot 3 = P \cdot 1{,}5 \Rightarrow R_B = 50 \text{ N}$$

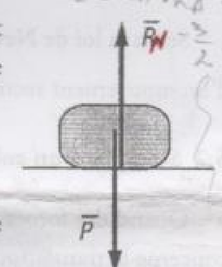
de la première condition :

$$R_A + R_B = 100 \text{ N} \Rightarrow R_A = 50 \text{ N}$$

$\mathcal{M}_{\vec{F}/A} = \vec{AC} \wedge \vec{P}$

6.2.1 Equilibre avec frottement

Les forces de frottement ont pour effet de s'opposer au déplacement relatif aux deux corps qui se trouvent en contact. Elles dépendent de la force normale de réaction R_N.



$$R_T = \mu_s R_N$$

μ_s : est le coefficient de frottement statique, qui dépend de la nature des surfaces en contact.

R_T : est la force de frottement ou réaction tangentielle.

T = tangentielle
N = normalle

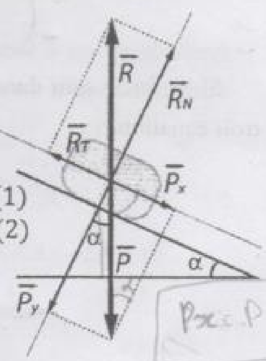
Exemple :

L'objet est en équilibre si $\sum \vec{F_i} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

La projection de la relation sur les axes Ox et Oy donne :

$$\begin{matrix} Ox \\ Oy \end{matrix}\begin{cases} P \cdot \sin\alpha - R_T = 0 \\ -P \cdot \cos\alpha + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_T = P \cdot \sin\alpha \ldots (1) \\ R_N = P \cdot \cos\alpha \ldots (2) \end{cases}$$

$$(1)/(2) \Rightarrow \frac{R_T}{R_N} = \tan\alpha = \mu_s$$



$P_x = P \cdot \sin\alpha$

α : est l'angle de frottement.

Dès que le solide commence à se déplacer, on utilise le coefficient de frottement dynamique μ_D.

$\sum \vec{F} = \vec{0}$
$\vec{P} + \vec{R} = 0$

$ox \; P_x - R_x = 0$, $oy \; -P_y + R_y = 0$; $P_x = R_x = P \sin\alpha$ (1), $P_y = R_y = P\cos\alpha$ (2) ; (1)/(2) $\frac{R_T}{R_N} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\frac{R_T}{R_N} = \mu_s$

7. Exercices

E1

Un canot automobile fait route plein Nord à 15 km/h dans une région où existe un courant de 5 km/h dans la direction S 70° E. Trouver la vitesse résultante du canot ainsi que sa direction.

E2

$\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaires $Oxyz$, on considère les forces :

$$\vec{f_1} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{f_2} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \quad et \quad \vec{f_3} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

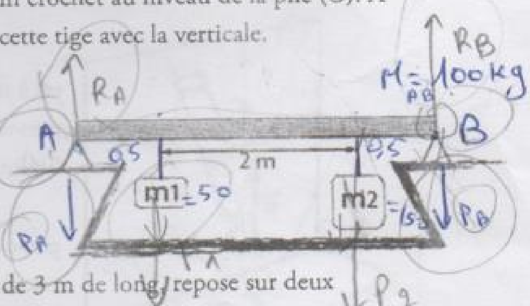
- Représenter ces forces et calculer leurs modules.
- Déterminer la résultante et calculer son module.
- Déterminer le vecteur unitaire $\vec{u}$ porté par la force résultante.
- Calculer les produits $\vec{f_1} \cdot \vec{f_2}$ et $\vec{f_1} \wedge \vec{f_2}$

E3

Déterminer le centre de gravité, G, du système formé d'un disque homogène de rayon 4 cm de masse $M = 0.640$ kg et d'une tige homogène BO de masse $m = 0.360$ kg et 56 cm de long.

E4

Une tige homogène en métal de 16 m de long, plié à 10 m de son extrémité formant un L. La tige est placée sur un crochet au niveau de la plie (O). A l'équilibre calculer l'angle formé par cette tige avec la verticale.

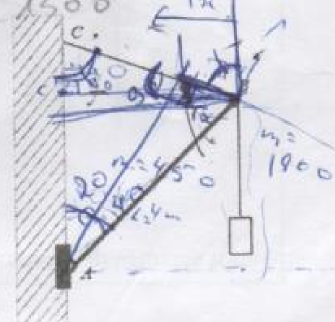


E5

Une poutre AB uniforme a une masse $M = 100$ kg de 3 m de long, repose sur deux supports en A et B, supporte deux charges de masse $m_1 = 50$ kg et $m_2 = 150$ kg.

- Calculer les réactions des supports A et B. $P_A = 500 \; P_2 = 1500$

E6

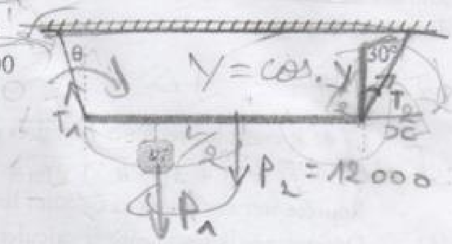


Le bras d'une grue pèse 450 kg avec 4 m de long connecté à une poutre verticale par une articulation en A, formant un angle de 60°, Le bras est tenu par un câble de levage par l'autre extrémité B, faisant un angle de 70° avec la poutre verticale. Le câble supporte une charge de 1800 kg. 22500

- Trouver la tension sur le câble en *B*.
- Trouver la réaction due à l'articulation en *A*.

E7

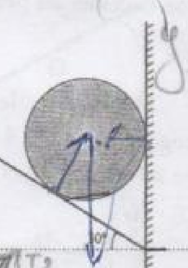
Une poutre homogène pèse 1200 kg suspendue par ces deux extrémités à deux cordes. Un poids de 4000 kg est suspendu en un point situé à un quart de la longueur de la poutre par rapport à son extrémité de gauche.



- Déterminer les tensions sur les deux cordes.
- Trouver l'angle θ que fait la corde de gauche avec par rapport à la verticale.

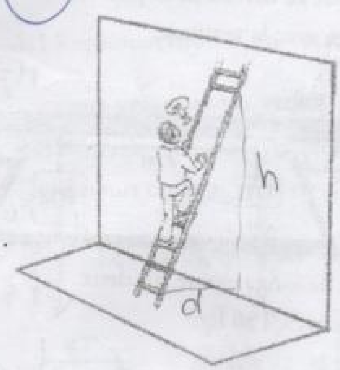
E8

Une sphère de masse 10 kg et de rayon 0.1 m repose dans l'angle formé par un plan rugueux incliné faisant 30° avec l'horizontale et un mur vertical lisse.



- Calculer les réactions exercées par les deux surfaces sur la sphère.

E9



Une échelle légère repose contre un mur. Le point d'appui est à une hauteur *h* (le contact est supposé sans frottement). Une personne monte sur l'échelle jusqu'au moment où l'échelle est à la limite du glissement.

- Trouver la distance maximale *d*, parcourue par cette personne, avant le glissement. (solution en fonction de *h* et μ le coefficient de frottement statique entre les pieds de l'échelle et le plancher).